

שם המשימה: בעיית השוקולד

שם הסרטון: הוכחה גיאומטרית לעומת "הוכחה הגיונית"

1. פרטי הסרטון

- כיתה: ט' (רמה רגילה)
- שנת צילום: 2023
- קישור למשימה: [בעיית השוקולד](#)
- מקור המשימה: [פרויקט עדש"ה](#)

2. תיאור המשימה והסרטון

תיאור המשימה: המשימה המוצגת בסרטון עוסקת בדרכים מגוונות לחלוקת קוביית שוקולד לארבעה חלקים שווים שטח.

הרעיון המרכזי בסרטון: הסרטון מתמקד בשלבים של ההוכחה הגיאומטרית של חלוקת קוביית השוקולד לצורות חופפות, תוך מתן דגש על המללה מתמטית מדויקת של כלל שלבי ההוכחה.

תיאור הסרטון: הסרטון נפתח בשיח בין התלמידים ובניסיונם למצוא דרכים שונות לחלוקת קוביית השוקולד לארבע צורות שוות שטח. בהמשך מתקיים ניתוח משותף במליאה, שבו מוצגות שתי דרכים שונות לחלוקת קוביית השוקולד (בהתאם לתנאי הבעיה).

במהלך הדיון, המורה משרטטת על הלוח את הפתרונות בתאם להנחיות התלמידים, תוך שימת דגש על:

1. הבנת המשמעות של חלוקת שטח לצורות חופפות (התייחסות לפרמטרים מובילים בבניית עזר והוכחת פרמטרים שהתקבלו כתוצאה מבנייה זו).
2. מתן תיאור מדויק ומנומק מתמטית לכל אחד משלבי הפתרון.
3. במהלך הסרטוט המורה מקפיד/ה על שימוש של התלמידים במושגים, במשפטים גיאומטריים ובתכונות של צורות גיאומטריות שנלמדו בעבר לצורך פתרון הבעיה.

3. חלוקת הסרטון לפרקי זמן

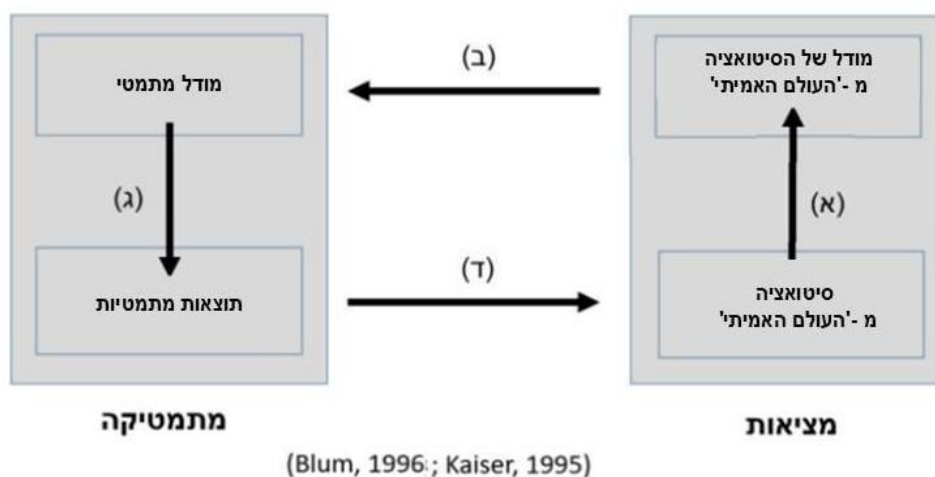
זמן	תיאור הקטע
0:44-0:00	הצגת המשימה.
1:59-0:45	שיח של תלמידים.

4: 00-2: 00	הצגת פתרונות במליאה.
8: 15-4: 00	בנייה ושרטוט בליווי הוכחה.
10: 04-8: 16	חזרה על הפתרון הראשון ותחילת ההוכחה.

4. ניתוח הסרטון לפי מודל 'מעגל המידול' (The Modeling Cycle)

הניתוח נשען על מודל 'מעגל המידול' כפי שפותח על ידי בלום (Blum, 1996) וקייזר (Kaiser, 1995). המודל כולל ארבעה שלבים עיקריים:

- (א) הבנה והפשטה של הסיטואציה מתוך "העולם האמיתי";
- (ב) מתמטיזציה: בחירה ובנייה של מודלים מתמטיים מתאימים;
- (ג) עבודה מתמטית במסגרת המודל, הכוללת שימוש בפרוצדורות ובתהליכים מתמטיים;
- (ד) פירוש הפתרון המתמטי במונחים של "העולם האמיתי" ואימותו באמצעות בדיקת ההתאמה בין הפתרון לבין המציאות.



Blum, W. (1996). Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht –Trends und Perspektiven. In G. Kadunz, H. Kautschitsch, G. Ossimitz, & E. Schneider (Eds.), *Trends und Perspektiven* (pp. 15–38). Wien: Hölder-Pichler-Tempsky.

Kaiser, G. (1995). Realitätsbezüge im Mathematikunterricht – Ein Überblick über die aktuelle und historische Diskussion. In G. Graumann (Ed.), *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht* (pp. 66–84). Bad Salzdetfurth: Franzbecker.

ניתוח הסרטון לפי המודל: בסרטון זה, התלמידים מתארים חלוקה בהתאם לתנאים ב"עולם האמיתי". הסרטון מתאר את שלב חקירת המודל המתמטי, שבו המורה והתלמידים משתמשים בפרוצדורות ובתהליכים מתמטיים כדי לפתור את הבעיה הנתונה (שלב ג').

5. מיפוי פרקטיקות הוראה

בטבלה שלהלן מפורטות פרקטיקות הוראה שבהן השתמשה המורה במהלך השיעור.

שלב בשיעור	פרקטיקות כלליות	פרקטיקות ייחודיות לחינוך מתמטי	פרקטיקות ייחודיות למתמטיקה יישומית
פתיחת שיעור / שיגור			
עבודה בקבוצות	- מתן אפשרות לתלמידים לעבוד בצוותים ולקיים למידת עמיתים משותפת. - עידוד פתרון המשימה בדרכים מגוונות.		יצירת הקשר יישומי בין המשימה המתמטית לבין אובייקט מוחשי (קוביית שוקולד).
דיון במליאה	- התייחסות למגוון הפתרונות שהוצעו על ידי התלמידים. - רתימת תלמידים רבים לקחת חלק פעיל בתהליך הלמידה. - עידוד של שיתוף פעיל של כלל התלמידים בדיון הכיתתי. - עידוד של בנייה שיתופית של טיעונים ופתרונות. - פנייה לכל תלמיד בשמו לחיזוק הקשר האישי. - הדגשה של חשיבות הטעות והתהייה כחלק בלתי נפרד מתהליך הלמידה.	- מתן דגש על שילוב של ידע מתמטי קודם. - הדגשה של חשיבות הדיוק בשימוש במונחים ובמושגים גיאומטריים. - עידוד התלמידים להשתמש בשפה מתמטית תקינה. - הקפדה על ניסוח מדויק של התלמידים בעת ביצוע בניית עזר ושרטוט המשימה. - הדגשת הכלל לפיו בבניית עזר נעזרים באילוץ אחד בלבד. - שאיפת שאלות מכוונות המעודדות חשיבה מתמטית מעמיקה. - קריאה לתלמידים להסביר ולנמק את דרך הפתרון שבה בחרו.	

6. רעיונות לפעילויות עם מורים והצעות לדיון

פעילות לפני צפייה:

אפשרות א: פתיחה מנקודת המבט של "העולם האמיתי", גישה המאפשרת למשתתפים להתחבר לסיטואציה מתוך חוויותיהם האישיות. פתיחה זו ממקמת את הבעיה בהקשר מוכר ומשמעותי.

אפשרות ב: פתיחה באמצעות פתרון המשימה - מומלץ להתנסות בפתרון המשימה באופן אישי או קבוצתי, לשתף בהצעות השונות ולדון בהן במליאה. במסגרת זו, ניתן גם להעלות את השאלה: "מה לדעתכם יקרה בכיתה במהלך פתרון המשימה?".

פעילות מלווה לצפייה בסרטון:

אפשרות א: התנסות במיומנות של "נוטיסינג" (Noticing) "התנסות זו כוללת זיהוי אירועים קריטיים בסרטון, מתן פרשנויות להם והצעה של תגובות חלופיות. לפני הצפייה: הנחו את המשתתפים לרשום מה "תפס" את תשומת ליבם במהלך הצפייה בסרטון. לאחר הצפייה: המשתתפים יתבקשו לנתח את האירועים הקריטיים שזיהו באמצעות השאלות המנחות שמוצגות להלן.

זיהוי אירוע קריטי

1. תיאור האירוע: תארו את אמירת התלמיד, את תגובת המורה ואת תגובותיהם של תלמידים אחרים בכיתה.
2. ניתוח: מדוע לדעתכם זהו אירוע קריטי? מה הפך אותו לכזה בעיניכם?

פרשנות

שוחחו או כתבו את התייחסותכם לנקודות הבאות:

1. כיצד ניתן לפרש את אמירותיו ופעולותיו של התלמיד?
2. כיצד ניתן לפרש את אמירותיה ופעולותיה של המורה?
3. אילו הזדמנויות למידה טמונות באירוע עבור התלמיד, עבור המורה ועבור תלמידים אחרים בכיתה?

חלופות

1. שוחחו או כתבו: אם זה היה קורה עכשיו שוב או לו הייתם ניצבים במקומה של המורה, כיצד הייתם פועלים? נמקו את בחירתכם (דרכי תגובה חלופיות).
- *** מומלץ ללוות את ההתנסות בדיון אודות נקודות המבט השונות ובהזדמנויות הלמידה הטמונות בהן.

דוגמאות לדיון:

1. תלמיד המציין כי קוביית השוקולד היא תלת-ממדית ומציע לחתוך אותה לשתי קוביות דקות יותר.
 - כיצד הייתם מגיבים לפתרון שכזה?
 - לאן הייתם לוקחים מכאן את הדיון עם התלמידים?
2. תלמידים הדנים ביניהם וטוענים כי מצאו "הוכחה הגיונית", אך היא אינה הוכחה מתמטית.
 - כיצד הייתם מגיבים לאמירה שכזו?
 - לאן הייתם לוקחים מכאן את הדיון עם התלמידים?

אפשרות ב: חשיפה לפרקטיקות הוראה

- לפני הצפייה : הנחו את המשתתפים לרשום מהן פרקטיקות ההוראה שהם מזהים במהלך הצפייה בסרטון.
- לאחר הצפייה : המשתתפים יתבקשו למיין את הפרקטיקות שזיהו. ניתן להציע קטגוריות מיון שונות, למשל : פרקטיקות הוראה כלליות, פרקטיקות הוראה בחינוך המתמטי ופרקטיקות ייחודיות למתמטיקה יישומית
- העמקת החשיבה הרפלקטיבית של המשתתפים ביחס לתפקיד המורה בהקשר למתמטיקה יישומית. לדוגמא :

- דיון בפרקטיקות שננקטו על ידי המורה בסרטון זה.
- שיח בנושא פרקטיקות שהם, כמורים, היו בוחרים לנקוט בסיטואציה דומה.
- הצגת סרטון אחר העוסק בסיטואציה דומה : אותה משימה/ שלב זהה בשיעור/ אותה מורה המלמדת משימה שונה (אם יש), והשוואה בין הפרקטיקות המודגמות בסרטונים.

נקודות נוספות לדיון לאחר הצפייה :

- א. ניתוח הסרטון על פי השלבים במודל של המתמטיקה היישומית.
- ב. דיון בחשיבות הקשר שבין המשימה לבין "העולם האמיתי", למשל : דיון באופן חלוקת קוביית השוקולד (המהווה גוף תלת-ממדי).
- ג. דיון בפתרונות שהציעו התלמידים.
- ד. דיון וניתוח תגובת המורה והנחיית שיח על דרכי התגובה שהם היו בוחרים לאמץ.
- ה. דיון בקושי של התלמידים להנחות את תהליך הבנייה והשרטוט, וכן בקושי בעת הגדרת נתון ומסקנה במהלך הבנייה. הצגת הצעותיהם כמורים להתגברות על קושי זה.
- ו. הצגת החלק בסרטון שבו המורה מתעקשת על הנחייה מדויקת מבלי לתת לתלמידים את הפתרון, אלא מאפשרת להם לנסח באופן מדויק בעצמם. בהמשך, קיום דיון עם המורים על כך, תוך בחינת מידת החשיבות שהם מייחסים, כמורים למתמטיקה, לשימוש במושגים מתמטיים ולהתמודדות של התלמידים עם שיח מתמטי מדויק במהלך שיעוריהם.
- ז. דיון בחשיבות הדגשת ההבחנה שבין צורות חופפות לצורות שוות שטח.
- ח. השוואה לסרטון אחר העוסק באותה משימה, שלב זהה בשיעור או באותה מורה המלמדת משימה שונה (אם יש). ניתן להתייחס להיבטים כגון : פעילויות בשיעור, סוגי השאלות, הובלת דיון ומתן משוב לתלמידים. היעזרו באתר לבחירת סרטון בהתאם לקריטריונים שבחרתם.
- ט. דיון בחשיבות השילוב של סרטוני תוכן בנושא המשימה.

7. הצעה לשימוש בסרטוני העשרה

סרטוני תוכן של הפרויקט :

- הכימיה של השוקולד - ד"ר דפנה מנדלר

- עובדות מעניינות על השוקולד - ד"ר דפנה מנדלר

חומרים נוספים שנרצה להוסיף:

לאן נעלמה קוביית השוקולד? <https://www.youtube.com/watch?v=OMjFUeSZOmI>