

סקירה מדעית מוגשת לוועדה בנושא: "מה צריכים לדעת העוסקים בהוראת המתמטיקה"?
היזמה למחקר יישומי בחינוך, האקדמיה הלאומית הישראלית למדעים

אוריינות מתמטית¹

ד"ר עדו גל

החוג לשירותי אנוש, אוניברסיטת חיפה

<iddo@research.haifa.ac.il>

תשע"ב - 2012

¹ סקירה מדעית זו הוזמנה על ידי ועדת המומחים לנושא "מה צריכים לדעת העוסקים בהוראת מתמטיקה"? מטעם היזמה למחקר יישומי בחינוך, כדי שתשמש חומר רקע לדיוני הוועדה. הדברים מתפרסמים על דעת המחבר ובניסוחו. בכל שימוש בדוח או ציטוט ממנו, יש לאזכר את המקור כדלקמן; גל, ע'. (2012), אוריינות מתמטית, סקירה מוזמנת כחומר רקע לעבודת הוועדה "מה צריכים לדעת העוסקים בהוראת מתמטיקה"? <http://education.academy.ac.il>
© כל הזכויות שמורות לאקדמיה הלאומית הישראלית למדעים

תוכן עניינים

3.....	תקציר
5.....	מבוא
5.....	1. אוריינות מתמטית כמטרה חשובה של מערכות חינוך
6.....	1.1 אוריינות מתמטית כמטרה חינוכית-קוריקולרית
6.....	א. חינוך [מתמטי] כהכנה לחיים
8.....	ב. אוריינות מתמטית והשתלבות מועילה בעולם העבודה
9.....	ג. אזרחים כצרכנים [ביקורתיים] של מידע כמותי וסטטיסטי באמצעי התקשורת
12.....	ד. אוריינות פיננסית
14.....	ה. אוריינות מתמטית בתחומי בריאות
15.....	ו. אוריינות מתמטית ואוריינות מדעית
16.....	ז. לקראת המשגתה של אוריינות מתמטית
18.....	1.2 אוריינות מתמטית כמושג מפתח בתכניות הערכה רבות היקף
18.....	א. אוריינות מתמטית בסקרי בוגרים
20.....	ב. אוריינות מתמטית בסקרי תלמידים
21.....	ג. סוגיות וחששות
23.....	2. מרכיביה של אוריינות מתמטית
24.....	2.1 בסיסי ידע וכישורים קוגניטיביים
25.....	א. ידע מתמטי
27.....	ב. ידע סטטיסטי
28.....	ג. ידע לשוני
31.....	ד. ידע הקשרי / ידע על העולם
32.....	ה. רשימת שאלות ביקורתיות
34.....	2.2 עמדות, אמונות, וממדים אפקטיביים
35.....	א. תחושת מסוגלות עצמית בתחום המתמטי
35.....	ב. עמדה ביקורתית
36.....	2.3 דוגמאות וממצאים להמחשה
37.....	א. הבנת מידע רפואי לגבי סיכונים בלידה
39.....	ב. קריאת גרפים ומשימת "זיקוקים" – מאפיינים וממצאים
41.....	ג. פירוש ביקורתי ומשימת "שדירות" – מאפיינים וממצאים
43.....	3. סוגיות בפיתוח אוריינות מתמטית
43.....	3.1 אתגרים ומגבלות
46.....	3.2 האם אוריינות מתמטית יכולה להירכש מעצמה?
46.....	א. ייחודיות הדרישות של משימות אוריינות מתמטית
47.....	ב. קשיים בהעברת כישורים
48.....	ג. קשיי תלמידים ובוגרים בהתמודדות עם משימות אוריינות מתמטית
50.....	3.3 כמה גישות לפיתוח אוריינות מתמטית
51.....	א. קורסים נפרדים המתמקדים באוריינות מתמטית
53.....	ב. פרויקטים ופעולות חוצות-תחומים
54.....	ג. התאמת שיטות הוראה בכיתות קיימות
55.....	ד. תכנית לימודים לאומית נפרדת באוריינות מתמטית
57.....	3.4 סיכום והשלכות אפשריות לגבי הוראה והכשרת מורים
61.....	רשימת מקורות

לוחות

מספר	שם הלוח	עמ'
1	הגדרות SCANS (1991) לכישורים אריתמטיים ומתמטיים	8
2	דוגמאות למידע כמותי-סטטיסטי שהופיע במאי-יוני 2011 בעיתונים נפוצים בישראל	10
3	שאלות לגבי אוריינות פיננסית בסיסית, סקרים ארציים בארצות הברית	14
4	גורמים התורמים ליכולתם של חולים ולקוחות של שירותי בריאות להבין מידע כמותי בסיסי בהקשרים של ניהול בריאות ולהשתמש בו	15
5	מודל משוער של אוריינות מתמטית והקשר שלה עם תחומי ידע משיקים	17
6	הגדרות למושגים הקשורים לאוריינות מתמטית בתכניות הערכה בינלאומיות	20
7	מרכיבים עיקריים של אוריינות מתמטית	24
8	בסיסי ידע ומרכיבים עמדתיים בתחום של "אוריינות הסתברותית"	28
9	"שאלות לדאגה/בירור" בתחום ההסתברותי	33
10	משימת "זיקוקים" – סקר בוגרים IALS	39
11	רמות ביצוע בשלושה סוגי משימות, לפי נתונים מסקר בוגרים IALS	40
12	משימת "שדידות" במחקר TIMSS 1998 והביצועים בה	42
13	השוואת הישגים במשימת "שדידות": מסיימי תיכון (TIMSS) מול בוגרים (ALL) בחמש מדינות	43
14	שש רמות של אוריינות סטטיסטית	49
15	תוכני קורס אוריינות כמותית	52

תקציר

סקירה זו עוסקת ב"אוריינות מתמטית", מושג מורכב אשר מתייחס למכלול של בסיסי ידע, מיומנויות, עמדות ומרכיבים מוטיבציוניים הנדרשים להתמודדות אפקטיבית עם מטלות חיים שונות בעלות מרכיב מתמטי או סטטיסטי. בישראל ובמדינות רבות נכנס המושג ללקסיקון החינוכי לאור הכללתו בתכנית המדידה הבינלאומית "פיזה" (PISA) החל משנת 2000. עם זאת, רעיונות רבים לגבי מושג זה היו קיימים עוד קודם לכן או שהם מתפתחים במקביל במסגרת ההתייחסות למונחים כגון: mathematical literacy, quantitative literacy, numeracy, ועוד. אולם, למרות השיח הגובר בזירה הבינלאומית ביחס לאוריינות מתמטית, לא פורסמו עד כה בישראל מסמכי עמדה מעמיקים לגבי מאפייניה או לגבי סוגיות הקשורות לשיפור רמת ההישג בה.

מטרתה של סקירה זו לפרוס תמונה רחבה ביחס למהותה של אוריינות מתמטית, כבסיס לדיון עתידי בסוגיות הקשורות לפיתוחה ולשיפור יכולתם של מורים לתרום לאוריינות המתמטית של תלמידיהם. לסקירה שלושה פרקים עיקריים. פרק 1 דן בהיבטיה של אוריינות מתמטית המהווים מטרה חינוכית רחבה אשר בתי ספר ומורים צריכים להתייחס אליה. תחילה מוצגות תפיסות ותיקות ומוכרות יותר ביחס למקומו של חינוך מתמטי כחלק מחינוך בכלל ובהקשר של הכנה לעולם העבודה או להיבטים אחרים של עולם הבוגרים. לאחר מכן מוצגות תפיסות חדשות יותר המתייחסות לאוריינות כמותית וסטטיסטית, לאוריינות פיננסית, לאוריינות מתמטית בהקשר רפואי-בריאותי, ולקשרים בין אוריינות מתמטית לאוריינות מדעית. לגבי חלק מנושאים אלו מוצגות דוגמאות להמחשת כמה מהרעיונות. בהמשך פרק 1 מוצגות תפיסות לגבי המשגת המושג "אוריינות מתמטית" בתכניות מדידה/הערכה רבות היקף (large-scale assessment programs), הן בסקרי בוגרים (IALS, ALL, PIAAC) הן בסקרי תלמידים (TIMSS, PISA), ומסוכמים כמה ממצאים לגבי פערים מדאיגים שנמצאו בתכניות הערכה כאלו, בין היתר לגבי ישראל.

פרק 2 מציג בפירוט רב יותר מרכיבים עיקריים של אוריינות מתמטית, המתייחסים במשולב הן לבסיסי ידע ולכישורים קוגניטיביים הן למרכיבים עמדיים ואפקטיביים (affective) שונים. לאור מרכזיותן של משימות חיים המחייבות התמודדות עם מידע מתמטי וסטטיסטי בחיי האדם הבוגר, הסקירה מובילה למסקנה כי פיתוחה של אוריינות מתמטית הוא מטרה חינוכית לגיטימית וחשובה; כפועל יוצא היא מצביעה על הצורך לפתח במשולב חמישה בסיסי ידע וכישורים קוגניטיביים עיקריים (ידע מתמטי, ידע סטטיסטי, ידע לשוני, ידע על ההקשר/העולם, רשימת שאלות ביקורתיות) ומספר עמדות, אמונות ומרכיבים מוטיבציוניים (כגון תפיסת מסוגלות עצמית בתחום המתמטי, עמדה ביקורתית, ועוד), הנדרשים מאנשים בוגרים לשם התמודדות יעילה עם מטלות חיים מגוונות הכוללות מרכיב מתמטי או סטטיסטי.

המקורות הנסקרים בפרקים השונים מראים כי יש טווח גדול של בעיות יישומיות ומשימות חיים הכוללות מרכיבים מתמטיים/כמותיים/סטטיסטיים שאזרחים מכל קצווי הקשת החברתית נדרשים להתמודד איתן, ואופיין משתנה בהדרגה והופך להיות מורכב יותר בשנים האחרונות בגלל שינויים חברתיים, כלכליים וטכנולוגיים. הסקירה מראה כי האדם הבוגר נדרש לאוריינות מתמטית בשלושה מצבים או הקשרים שונים, הדורשים יצירת מידע מתמטי/סטטיסטי, פרשנות מידע מתמטי/סטטיסטי או קבלת החלטות. מצבים והקשרים אלו עשויים להיות משולבים בדרכים רבות במגוון הקשרי החיים

של האדם הבוגר בבית, בקהילה, בעבודה ובמסגרות רבות אחרות, לרבות המשך למידה והתפתחות אישית ומקצועית.

בסקירה משולבות דוגמאות שונות למשימות חיים המערבות היבטים מסוימים של אוריינות מתמטית, ומוצגים בה ממצאים מכמה מחקרים ותכניות הערכה רבות היקף שבדקו רמות יכולת של אנשים בוגרים ותלמידי בתי ספר. מטרת הדוגמאות היא לשפוך אור על צרכים בתחום ולהדגים את הקשר בין מרכיביה השונים של אוריינות מתמטית, כולל האינטגרציה בין בסיסי ידע מחד גיסא ובין מרכיבים עמדתיים או מוטיבציוניים מאידך גיסא. כדי למנוע ביזור של המידע המוצג, ובגין קוצר היריעה, הסקירה מתמקדת בעיקר בהצגתן ובהדגמתן של סוגיות הקשורות לפיתוח אוריינות סטטיסטית-כמותית. מדובר אמנם בהיבט אחד מבין כמה הכלולים במושג הרחב של אוריינות מתמטית, אך היבט זה מרכזי דיו כדי ללמד על הכלל.

פרק 3 בוחן אתגרים, מגבלות וסוגיות בפיתוח אוריינות מתמטית, בתקווה לתרום לחשיבה לגבי צרכים ואפשרויות ביחס להכשרת מורים ולפיתוח תכניות לימוד בהקשר זה. הפרק מסכם תחילה בקצרה את המודל של אוריינות מתמטית אשר תואר במפורט בפרקים הקודמים ומונה כמה שאלות העולות לאור סקירה זו, ובוחן מספר טיעונים וממצאים התומכים ברעיון שפיתוח אוריינות מתמטית אינו יכול להיעשות רק דרך הוראה מסורתית במתמטיקה אלא מחייב שינויים בהתערבויות החינוכיות. בהמשך, הפרק סוקר בקצרה ארבעה כיווני פעולה אפשריים לפיתוח אוריינות מתמטית (קורסים נפרדים המתמקדים באוריינות מתמטית, ביצוע פרויקטים או פעולות חוצות-תחומים, התאמת שיטות הוראה בכיתות קיימות, תכנית לימודים לאומית נפרדת המתמקדת באוריינות מתמטית), ומציג סיכום של השלכות אפשריות על מורים ושיטות הוראה, במטרה לתרום לחשיבה ראשונית על משמעויות אפשריות לגבי ידע הנדרש ממורים או לגבי הכשרת מורים בתחום.

כחלק מלקחים ראשוניים מיישום גישות שונות להוראת אוריינות מתמטית שנסקרו בפרק האחרון, ניתן לציין כי נדרשת ממורים גמישות ונכונות להתמודד עם תהליכי למידה ועם תוצרים שהם פתוחים ודינמיים, ולשלב מאמצים עם מורים מתחומי דעת אחרים כדי לתמוך באופן הדדי בפיתוח אוריינות מתמטית. היבט אחר של הוראת אוריינות מתמטית הוא הצורך בהרחבתה ובהעמקתה של מערכת כלי ההערכה המשמשת את המורה, כולל פיתוח שיטות להערכת טיב ההסבר וההנמקה המילולית שנותנים התלמידים ביחס לנושאים הלקוחים מהעולם שמחוץ לכיתה, עידוד התלמידים לנכונות לבחון נושא מסוים מנקודות ראות שונות, התייחסות ישירה לתרומתם של התהליכים הלימודיים השונים לקידום עמדות ואמונות חיוביות אצל הלומדים, ועוד.

מבוא

מטרות. "אוריינות מתמטית" הוא מושג מורכב אשר נכנס באופן מופגן ללקסיקון החינוכי במדינות רבות לאחר יישומה של תכנית המדידה PISA החל משנת 2000. אולם, רעיונות רבים הקשורים למושג זה היו קיימים עוד קודם לכן והם מתפתחים במקביל, באופן ישיר או עקיף, במסגרת מגוון מונחים כגון: mathematical literacy, quantitative literacy, numeracy, המושג מתייחס למכלול של בסיסי ידע, מיומנויות, עמדות ומרכיבים מוטיבציוניים הנדרשים להתמודדות אפקטיבית עם מטלות חיים שונות בעלות מרכיב מתמטי או סטטיסטי. עם זאת, בישראל לא פורסמו עד כה מסמכי עמדה מעמיקים ביחס למהותה של אוריינות מתמטית או לגבי סוגיות הקשורות לפיתוחה.

מטרתה של סקירה זו לבחון היבטים נבחרים של מהותה של אוריינות מתמטית והשלכותיה החינוכיות, והיא מורכבת משלושה פרקים עיקריים. פרק 1 סוקר תפיסות שונות לגבי אוריינות מתמטית כמטרה חשובה של מערכות חינוך. פרק 2 מציג בפירוט רב יותר מרכיבים עיקריים של אוריינות מתמטית, המתייחסים במשולב הן לבסיסי ידע ולכישורים קוגניטיביים הן למרכיבים עמדיים ואפקטיביים (affective) שונים. פרק 3 סוקר סוגיות בפיתוח אוריינות מתמטית, במטרה לתרום לחשיבה לגבי צרכים ואפשרויות ביחס לפיתוח מורים בהקשר זה.

מקורות מידע. הספרות שסקירה זו עוסקת בה נחלקת לשלושה סוגים עיקריים. הסוג הראשון הוא מסמכי עמדה רשמיים לגבי מדיניות חינוכית ותכניות לימוד שיש להן נגיעה לאוריינות מתמטית; אלו קיימים באתרים של משרדי חינוך, גופים ציבוריים וארגונים בינלאומיים. הסוג השני כולל מאמרים ודוחות העוסקים בהמשגת מרכיביה של האוריינות המתמטית ומשימות החיים שאליהן היא מתייחסת ובניתוחם, וברמת הכישורים שנמצאה בתחום זה. הסוג השלישי הוא מחקרים אמפיריים וניתוחים עיוניים לגבי שיטות הוראה רלוונטיות להיבטים שונים של אוריינות מתמטית, שיכולים להצביע על יעילותן של גישות מסוימות, או לסייע בהגדרת בסיסי הידע הנדרשים ממורים.

לשם ביצוע סקירה זו אוטרו מסמכים רלוונטיים הן באתרים רשמיים כמתואר למעלה הן במסדי נתונים מתמחים (למשל: ERIC, Ebsco, PsycNet, Proquest, מאגר מכון סולד) באמצעות שימוש במילות חיפוש שונות כגון: Numeracy, mathematical literacy, quantitative literacy, statistical literacy, data literacy בשילוב עם teaching methods, professional development, impact/results, transfer of learning, ומגוון מונחים אחרים הקשורים לתחומי המשנה של אוריינות מתמטית המוצגים בהמשך.

1. אוריינות מתמטית כמטרה חשובה של מערכות חינוך

פרק זה מתייחס לשתי נקודות ראות עיקריות ביחס להמשגתה של אוריינות מתמטית: זו הרואה בה מטרה חינוכית, וזו המתייחסת אליה כאל תחום מפתח שיש למדדו בתכניות הערכה לאומיות. המשותף לשתי נקודות ראות אלו הוא שהן מנסות לבחון מטרות חינוכיות או יעדים למדידה לא רק לפי המבנה הפנימי של תחום דעת מסוים (למשל: מה הנושאים המרכזיים הכלולים ב"מתמטיקה", ובהתאם לכך – מה צריכים תלמידים ללמוד בתחום זה), אלא בהתייחס לדרישות ולמטלות שהעולם האמיתי מציב לאנשים בוגרים (adults). חשוב לציין כי תפיסות בתחום זה מנסות להישען על ממצאים מחקריים באשר הם קיימים, אך במידה רבה הן תוצר של ניסיון מצטבר וחוות דעת של מומחים ואנשי מקצוע, מעסיקים,

ועדות ממשלתיות, ועוד (Council of Secretary's Commission on Achieving Necessary Skills, 1991; Australian Governments, 2008).

1.1 אוריינות מתמטית כמטרה חינוכית-קוריקולרית

חלק זה של הסקירה דן בהיבטים של אוריינות מתמטית המהווים מטרה חינוכית רחבה אשר בתי ספר ומורים צריכים להתייחס אליה. תחילה מוצגות תפיסות ותיקות ומוכרות יותר ביחס למקומו של חינוך מתמטי כחלק מהחינוך בכלל ובהקשר של הכנה לעולם העבודה או להיבטים אחרים של עולם הבוגרים. לאחר מכן מוצגות תפיסות חדשות יותר המתייחסות לאוריינות כמותית וסטטיסטית, לאוריינות פיננסית, לאוריינות מתמטית בהקשר רפואי-בריאותי, ולקשרים בין אוריינות מתמטית לאוריינות מדעית. לגבי חלק מנושאים אלו מוצגות דוגמאות להמחשת כמה מהרעיונות.

א. חינוך [מתמטי] כהכנה לחיים. במדינות רבות, תפקידה של מערכת החינוך נתפס בין השאר כהכנה של כלל התלמידים לניהול אחראי ואפקטיבי של חיים מוצלחים כאזרחים בוגרים, בתחומי חיים מרכזיים כגון: אזרחות פעילה ושותפות בחיי קהילה, השתלבות והצלחה בעולם העבודה, ניהול משק בית ומשפחה, והמשך למידה והתפתחות אישית ומקצועית. דוגמה בולטת לגישה זו היא התפיסה הנוכחית של מדינות הקהילה האירופית, אשר אושרה בהחלטת הפרלמנט האירופי (European Parliament, 2006). תפיסה זו מניחה כי במאה העשרים ואחת למידה אינה אירוע המגיע לסיומו עם עזיבת חינוך החובה אלא תהליך הנדרש בתמידות ומתחולל לאורך מהלך החיים (lifelong learning). אי לכך, בתי ספר ומורים צריכים להכין תלמידים להשתלבות בעולם שבו הם ירצו להשקיע בהמשך למידה כאנשים בוגרים בהתאם לנתיבי החיים שלהם. תפיסת הקהילה האירופית היא כי מערכות חינוך צריכות להקנות מגוון כשירויות (competencies), המוגדרות כ"שילוב של ידע, מיומנויות ועמדות הרלוונטיים להקשרים שונים" (European Parliament, 2006). הכשירויות השנייה ברשימת שמונה כשירויות יסוד (key competences) שהוגדרו בידי הפרלמנט האירופי, אחרי כשירות לשונית, היא כשירות "מתמטית, מדעית וטכנולוגית".

מערכת כשירויות שונה במידת מה אותרה דרך פרויקט DeSeCo – Definition and Selection of Competencies – של מדינות OECD, שבהן נכללות מרבית מדינות אירופה וכן ארצות הברית, קנדה, אוסטרליה, יפן וקוריאה. פרויקט רב-שנתי זה הסתיים ב-2003 (Rychen & Salganic, 2003) והשתתפו בו מומחים וכוחות משימה מעשרות מדינות. הוא כיוון לבניית מערכת מושגית המגשרת בין תפיסות תיאורטיות, חזונות חברתיים וממצאים מדעיים לגבי הכשירויות הנדרשות מאזרחים ומעובדים במדינות דמוקרטיות מודרניות בעלות שוק כלכלי חופשי ודינמי. אחד מיעדיו של הפרויקט היה הנחת התשתית המושגית לפיתוח מערכת אינדיקטורים לאומיים (חלקם בתחום החינוך), ועליו מבוססת מערכת הכשירויות הנמדדת בין השאר בפרויקט PISA אשר יוזכר בהמשך, ובפרויקטים אחרים של OECD. אבן יסוד של הפרויקט הייתה ההנחה כי אדם בוגר צריך להיות כשיר להתמודד באופן אפקטיבי ודינמי עם מצבים ברמות מורכבות שונות. DeSeCo הגדיר מערכת של כשירויות ברמות שונות; שלוש הכלליות ביותר שבהן הן יכולתם של אנשים בוגרים "לפעול באופן אוטונומי ורפלקטיבי", "להשתמש בכלים בצורה אינטראקטיבית", ו"לתפקד בקבוצות חברתיות הטרוגניות". המושג "כלים" פורש בהקשר זה כמושג בעל מובן רחב מאוד המתייחס הן לכלים אינטלקטואליים מופשטים, כגון יכולת לשונית או ידע מתמטי, הן לכלים טכניים פונקציונליים, כגון מחשבים או כלי מדידה. לפי DeSeCo, המונח "כשירות" כולל במשולב הן מרכיבים קוגניטיביים (ידע ומיומנויות) הן מרכיבים מוטיבציוניים, עמדיים ורגשיים,

אתיים, חברתיים והתנהגותיים. נוסף על כך, כשירות כוללת גם את היכולת לנהל ולתאם את כל המרכיבים או המשאבים האישיים הללו בהתאם לדרישות המצב (Rychen & Salganic, 2003).

מעבר לתפיסות הרשמיות של מדינות לגבי מטרות חינוכיות בכלל, הספרות החינוכית מלמדת כי ידע חשבוני נחשב מזה שנים רבות כאחד מתחומי הידע הבסיסיים שכל אדם צריך לרכוש (Baker & Street, 1994). הציפייה כי חינוך מתמטי יתרום לתפקודו האפקטיבי של האדם בהיותו אזרח, עובד, חבר קהילה או צרכן, באה לידי ביטוי בצורות מגוונות ובמדינות רבות בתכניות לימודים רשמיות במתמטיקה ובהגדרת היעדים שאליהם נדרשים מורים להביא את תלמידיהם. למשל, באנגליה התייחסה ועדת קוקרופט (Department of Education and Science, 1982) למושג Numeracy כאל מושג מקביל לאוריינות לשונית (Literacy) ולפיכך הציבה אותו כיעד חינוכי חשוב בפני עצמו החל בכיתות הנמוכות. בשנות השמונים של המאה העשרים הציבה מערכת החינוך באנגליה כמטרה מועדפת את פיתוחה של יכולת "מתמטיקה יישומית" (functional mathematics), מושג אשר מושווה לעתים ל"אוריינות מתמטית" ומתייחס ליכולתם של תלמידים לפתור בעיות חיים אותנטיות בעלות מרכיבים מתמטיים (Burkhardt & Bell, 2007). הצהרות מפורשות לגבי תרומתו של ידע מתמטי הנרכש בבית הספר לתפקודם של הלומדים כאזרחים עתידיים נכללות כיום גם במסמכי עמדה של כמה מדינות אחרות, כגון תכנית הלימודים הלאומית החדשה של אוסטרליה (Australian Curriculum, Assessment & Reporting Authority, 2011). הגדילה לעשות דרום אפריקה, אשר לפני מספר שנים הפעילה תכניות לאומיות נפרדות ב"מתמטיקה" וב"אוריינות מתמטית" (Department of Education, 2003a,b), בעקבות הבנה מצטברת שתכנית הלימודים המסורתית במתמטיקה אינה מתאימה למרבית הלומדים במדינה הטרוגנית זו ואינה משרתת את צורכיהם העתידיים.

התייחסות למושג רלוונטי אך לכאורה שונה במקצת, "עצמה מתמטית" (Mathematical power), הופיעה כבר לפני למעלה מעשרים שנה בסטנדרטים החדשים דאז של האגודה הלאומית למורים למתמטיקה בארצות הברית (NCTM, 1989). סטנדרטים אלו התמקדו בראש ובראשונה בחמישה תחומי תוכן של ידע מתמטי: number sense, properties and operations; measurement; geometry and spatial sense; data analysis, statistics and probability; algebra and functions. במקביל להם הודגש הצורך לפתח אצל לומדים "עצמה מתמטית": כשירות רחבה ואינטגרטיבית המשלבת הן יכולת הן נכונות להפעלה של חשיבה מתמטית, לחקירת בעיות ולהתמודדות עם בעיות לא-שגרתיות, להבנת קשרים בין חמשת תחומי התוכן השונים לבין עצמם ובינם לבין תחומי דעת אחרים הנלמדים מחוץ לתחום המתמטי, ולניהול תקשורת לגבי נושאים מתמטיים תוך שימוש בשפה מתמטית. התפיסה של NCTM לגבי עצמה מתמטית היא רחבה מאוד, ומניחה כי פיתוחה כולל גם בניית ביטחון עצמי ומוכנות (disposition) לחפש מידע כמותי או מרחבי, להעריכו ולהשתמש בו לשם פתרון בעיות וקבלת החלטות (NCTM, 1989).

בישראל, לעומת זאת, הקשר בין למידת מתמטיקה ובין החיים שמחוץ לבית הספר מוצג בפרסומים רשמיים ללא הדגשה יתרה. בתכנית הלימודים החדשה משנת 2009 במתמטיקה לחטיבת הביניים, המוצגת באתר משרד החינוך, נאמר: "בתקופתנו הולך ונקבע מעמדה של המתמטיקה כשפה המתארת תופעות בעולם וכמכשיר לפיתוחו של אזרח המשתלב בהצלחה בעידן הטכנולוגי... מתמטיקה איננה אוסף של עובדות ופרוצדורות, אלא מקצוע מועיל בלימוד של תופעות המתרחשות בטבע ובחברה,

ובפתרון שאלות חשובות, כמו למשל שאלות הקשורות לכלכלה, לתחבורה ולתרבות". מעבר לכך אין בתכנית הלימודים החדשה משנת 2009 במתמטיקה ביטוי מהותי לקשר בין תוכני הלימוד במתמטיקה למטלות חיים כלליות בתכנית חטיבת הביניים. גם בתכנית הלימודים במתמטיקה לחטיבה העליונה לא מצא עורך הסקירה התייחסות מפורשת לסוגיות העוסקות בקשר בין מתמטיקה ובין משימות חיים, ונראה כי המידע המובא בה מתמקד רק בתוכן בחינות הבגרות. ראוי כמובן לציין כי קיימת התייחסות ל"אוריינות מתמטית" באתר משרד החינוך,² אך הנושא מוזכר ללא זיקה ברורה לתכניות הלימודים עצמן, אלא רק בהתייחס לאוסף נפרד של מטלות העשרה המיועדות לתלמידים הנבחרים במבחני PISA (כיתות ז', ח', ט') ומותאמות לגילם.

ב. אוריינות מתמטית והשתלבות מועילה בעולם העבודה. הכישורים המתמטיים הנדרשים מעובדים במקצועות שונים הם מוקד לפעילות מחקרית וחינוכית ברחבי העולם מזה כמה עשורים. דוגמה בולטת בתחום זה היא עבודתה של ועדת SCANS (Secretary's Commission on Achieving Necessary Skills, 1991; Packer, 1997) שמינה שר העבודה האמריקני לבדיקת הכישורים ההכרחיים לעובדים. בעבודתה נעזרה הוועדה גם במסקנות כוח המשימה של ASTD, האגודה למנהלי הדרכה ופיתוח משאבי אנוש בארצות הברית (Carnevale, Gainer, & Meltzer, 1990). הוועדה הסתייעה במומחים, בתעשיינים, בנציגי ועדי עובדים ועוד, והגדירה מסגרת רעיונית כוללת של כשירויות (competencies) הנדרשות לתפקוד יעיל במקומות עבודה – מסגרת המורכבת משילוב של שלוש כשירויות תשתיות עם חמש יכולות יישומיות. שלוש כשירויות התשתיות כללו: כישורי יסוד (אוריינות לשונית, דיבור והקשבה, אריתמטיקה ומתמטיקה, כישורי חשיבה) (כגון קבלת החלטות ופתרון בעיות, הכרת דרכי למידה ויכולת השימוש בהן [learning to learn]) ואיכויות אישיות (כגון אחריות אישית, דימוי עצמי חיובי, יכולת לניהול עצמי, יושרה). הראשונה והבסיסית ביותר מבין היכולות היישומיות שנמנתה היא היכולת להקצות באופן אפקטיבי משאבים הקיימים בכל מקום עבודה שהוא: זמן, כספים, חומרים וכוח אדם (לשם טיפול בלוחות זמנים, בתשלומים, וכיוצא באלה).

לוח 1: הגדרות SCANS (1991) לכישורים אריתמטיים ומתמטיים

כישורים אריתמטיים: מבצע חישובים בסיסיים, משתמש במושגים בסיסיים כגון מספרים שלמים או אחוזים במצבים פרקטיים, מבצע אומדנים והערכות סבירים ללא מחשבון, משתמש בטבלאות, בגרפים ובתרשימים לשם קבלת מידע כמותי או מסירתו.

כישורים מתמטיים: ניגש לבעיות פרקטיות באמצעות בחירה מבין מגוון טכניקות מתמטיות, משתמש במידע כמותי כדי לבנות הסברים לוגיים למצבים שונים בעולם האמיתי, מבטא רעיונות ומושגים מתמטיים בעל-פה ובכתב, ומבין את מקומו של חוסר הוודאות (chance) בהתרחשותם של אירועים עתידיים וביכולת לנבאם.

בהתייחסה באופן ספציפי לכישורים בתחום הכמותי, הבחינה ועדת SCANS בין "כישורים אריתמטיים" בסיסיים הנדרשים מעובדים ובין מכלול של "כישורים מתמטיים" הכוללים הבנה גמישה

² http://cms.education.gov.il/EducationCMS/Units/Tochniyot_Limudim/Math_Chataav/OryanutMath/Tipuach/

של עקרונות ורעיונות רחבים ומורכבים יותר. ההגדרות המקוריות מוצגות בלוח 1. הנתונים שצברה ועדה זו מראיונות עם מעסיקים ועם אנשים העוסקים בהכשרה מקצועית או בחינוך בוגרים (adult education), וכן ממחקרים במקומות עבודה שונים, הראתה כי גם בתחומי תעסוקה ובתפקידים פשוטים לכאורה, עובדים נדרשים למכלול כישורים מתמטיים רחב בהרבה ממה שמוגדר ככישורים אריתמטיים בסיסיים. בין השאר, עובדים נדרשים ליכולות גמישות ל"חישוב בראש" (mental strategies) ולבחירה בין רמות דיוק שונות בהתאם למצב, להבנה של אחוזים וליכולת לחשוב במושגים פרופורציונליים, ליכולת לבנות מודלים של יחסים בין מרכיבים שונים (בכתב או בצורה מנטלית) או להשתמש בנוסחאות פשוטות או במודלים לשם ניבוי מצבים עתידיים, וליכולת להתייחס למושגי יסוד ולתצוגות מקובלות בנושאים סטטיסטיים והסתברותיים (למשל כחלק מבקרת איכות).

במסקנות ועדת SCANS תומכים מחקרים רבים ומאוחרים יותר שנערכו בארצות הברית, באוסטרליה ובבריטניה (Buckingham, 1997; Forman & Steen, 1999; Bessot & Ridgway, 2000; Skills Australia, 2010; Fitzsimons, 2005; Hoyles, Wolf, Molyneux-Hodson & Kent, 2002). מקורות רבים (Zevenbergen & Zevenbergen, 2009; Hoyles, Noss, Kent & Bakker, 2010) אף טוענים כי עובדים צריכים להיות מסוגלים לקבל החלטות בתנאי אי-ודאות במצבים מעשיים ולאסוף או לארגן מידע כמותי כדי לתמוך באפיקי פעולה שונים. הם גם צריכים להיות מסוגלים לקרוא ולתקשר באופן ברור וענייני עם אחרים (בכתב, בעל-פה או באמצעים טכנולוגיים) לגבי מידע או מסקנות העולים ממסמכים מגוונים (טבלאות, גרפים, לוחות זמנים, תחשיבי הוצאות, הצעות מחיר, ועוד), כבסיס לפעולה משותפת או לקבלת החלטות צוותית.

ג. אזרחים כצרכנים [ביקורתיים] של מידע כמותי וסטטיסטי באמצעי התקשורת. מגמה הזוכה בשנים האחרונות לתהודה גוברת היא הקריאה לפתח אצל תלמידי תיכון וסטודנטים לתואר ראשון את האוריינות הכמותית (quantitative literacy). מגמה זו מתלווה ליזמות מוקדמות יותר לפתח אוריינות סטטיסטית (statistical literacy) בקרב תלמידים צעירים ובוגרים כאחד. מגמות אלו באות לידי ביטוי במיזמים שונים, כגון זה של האגודה המתמטית האמריקנית (MAA) וזה של החברה הסטטיסטית המלכותית באנגליה (RSS). ההנחה העומדת בבסיס פעילותם של מומחים וגופים מקצועיים המקדמים תחומים אלו (Madison & Steen, 2008) היא כי תפקידן של מערכות חינוך להכין אזרחים לחיים אפקטיביים בחברה דמוקרטית שבה מתקיים שוק כלכלי חופשי, כך שיוכלו לקבל תמונת מצב על המתרחש מסביבם ולשקול פעולות שונות הקשורות להיותם אזרח, עובד, מעסיק או לקוח. לעתים קרובות אין מצפים מהאזרח לבצע חישובים או לייצר מידע מתמטי – אלא להיות מסוגל, קודם כל, לפעול כצרכן ביקורתי ומושכל של מידע. לציפייה זו השלכות על קביעת בסיסי הידע והמרכיבים הקוגניטיביים והאפקטיביים אשר אותם נדרשת מערכת החינוך לפתח, והיא מחייבת שילוב בין מרכיבים לשוניים וכמותיים, אשר יידונו בפירוט רב יותר בפרק הבא.

חשוב לציין כי בין המושגים אוריינות כמותית ואוריינות סטטיסטית יש הבדלים, אך עם זאת יש ביניהם גם חפיפה (Gal, 2002a). שניהם מתייחסים להיבטים מסוימים של יכולתם של אזרחים להבין, לפרש, להגיב ולפעול באופן אפקטיבי לנוכח מידע כמותי וסטטיסטי הזורם דרך אפיקים שונים, כגון עיתונים, אתרי אינטרנט, או פרסומים של גופים ציבוריים ומסחריים. כתבות ופרסומים בעיתונות הכתובה או הדיגיטלית מכילים מידע טקסטואלי שבו משולבים נתונים כמותיים וסטטיסטיים, תרשימים וגרפים וכו', אשר מציגים תמונת מצב או מגמות ביחס לתופעות חברתיות או כלכליות

מגוונות. המושג "אוריינות כמותית" כולל בתוכו למעשה את המושג "אוריינות סטטיסטית", אך מכסה גם סוגי מידע כמותי העשוי להופיע באמצעי התקשורת או בפרסומים במקומות עבודה על אף שאינו סטטיסטי באופן מובהק: נתונים רשמיים לגבי מגמות כלכליות, עלויות של שירותים או גידול/קיטון בהוצאות ממשלתיות, משברים פיננסיים, ועוד.

לוח 2: דוגמאות למידע כמותי-סטטיסטי שהופיע במאי-יוני 2011 בעיתונים נפוצים בישראל

1. "הסכם הסטורי עם המורים העל-יסודיים: שכר המורים יגדל ב-50%" (ידיעות אחרונות, עמוד השער, 24.5.2011).
2. "אמנם המורים יקבלו תוספת שכר משמעותית, אך מדובר בתשלום עבור שעות נוספות שיחוייבו לעבוד ולא בתוספת שכר לבסיס, ולכן בפועל יש אפילו פגיעה בערך השעה" (ידיעות אחרונות, 24.5.2011, עמוד 2).
3. "הם לא צריכים לשבות: 160% תוספת לרבני ערים" (ידיעות אחרונות, 24.5.2011, עמוד השער).
4. "באל-על רשמו ברבעון הראשון הפסדי עתק של 42.9 מליון דולר, גידול של 160% ביחס לרבעון המקביל אשתקד" (ישראל היום, 26.5.2011, עמ' 29).
5. "בית משפט קבע: הסכום שמשלמת המדינה למפעילי בתי האבות לא מאפשר לקשישים קיום בכבוד..... כ-18,000 קשישים מאושפזים בכ-320 מוסדות ברחבי המדינה... למכרז, שעלותו כ-15.5 מיליארד שקלים, ניגשו עשרות חברות. מומחה... קבע כי עלות יום אישפוז שמאפשר קיום מינימלי לקשיש ורווח לחברה עומד על 336 שקלים, אך התעריף שהציעה המדינה עבור יום אישפוז לקשיש סיעודי עמד על 290 שקלים" (ידיעות אחרונות, 24.5.2011, עמוד 10).
6. "שיא המוטיבציה של בני היורדים: בתוך פחות מעשור זינק מספרם של בני היורדים השבים לישראל כדי להתגייס לצה"ל בשיעור עצום: יותר מפי 10" (ידיעות אחרונות, 24.5.2011, עמ' 12).
7. "מנכ"ל חברת פז אמר אתמול כי בארבעת החודשים הראשונים של השנה יניתן לראות 0% צמיחה בבניין וירידה של 2% בביקוש לסולר". המשמעות של אפס אחוז צמיחה היא למעשה ירידה בצמיחה, כיון שמספר כלי הרכב בישראל ממשיך לעלות.... בשנים האחרונות גוברת התלות של הכנסות המדינה בהיקפי מכירת הדלקים... בשנת 2009 נכנסו לקופת המדינה כ-16 מיליארד שקל מבלו על הדלק וממע"מ על הבלו... היקף המסים הכולל על הדלק מהווה יותר ממחצית המכיר שאנחנו משלמים" (ידיעות אחרונות, 26.5.2011, עמוד 5, מוסף כלכלי).
8. "החוק למניעת עישון במקומות בילוי לא נאכף בארץ... [החוקרת] אספה את רשמיה מ-72 פאבים ב-29 ערים שונות ברחבי הארץ. בשישה פאבים בלבד (8.3%) נמדד ריכוז ניקוטין העומד בדרישות החוק, בעוד היתר התחלקו בין ריכוז נמוך, בינוני או גבוה... ב-70% מהעיריות לא נרשמה אכיפה בכלל או שהיתה רק אכיפה מועטה" (ישראל היום, 26.5.2011, עמ' 19).
9. "סקר ישראל היום: 61% - תומכים בעקרונות נתניהו. בעקבות ביקור רה"מ בוושינגטון – עליה לליכוד (32 מנדטים) ולגוש הימין (69 מנדטים).... רוב עצום של הציבור, כמעט 70%, סבור שדבריו של נתניהו אחרי הפגישה עם אובאמה ייצגו את האינטרס הישראלי... הסקר נערך בקרב 500 איש המהווים מדגם מייצג של האוכלוסיה היהודית הבוגרת. טעות הדגימה המירבית היא פלוס-מינוס 4.5%. סקר ההצבעה לכנסת נערך בקרב 620 איש המהווים מדגם מייצג של האוכלוסיה הבוגרת במדינה. טעות הדגימה המירבית היא פלוס-מינוס 3.9%" (ישראל היום, 27.5.2011, עמ' 6-7).
10. סובלת מאוסטיאופורוזיס? מחקרים הוכיחו כי טיפול תרופתי המשלב ויטמין D מגביר את ספיגת הסידן בעצם ומפחית את הסיכוי לשברים (מודעה בישראל היום, 1.6.2011, עמ' 18).
11. בפעם הראשונה ארגון הבריאות העולמי מודה: ייתכן שהסלולרי מסרטן.... לטענתם חשיפה לקרינה מגבירה את הסיכון להיווצרותם של סוגים מסוימים של גידולים סרטניים במוח. בקביעתם הם ציינו כי ההוכחות 'מוגבלות' (ישראל היום, 1.6.2011, עמ' 19).

הצורך באוריינות כמותית-סטטיסטית מתעצם לאור הנגישות הישירה למידע בעולם מבוסס-רשת, המאפשר לאזרחים להגיע למידע שלא היה נגיש למרביתם בעבר. דוגמאות למידע הנגיש כיום לכל אזרח הם דוחות ונתונים סטטיסטיים של ארגונים רשמיים שונים, סקרי שביעות רצון המתפרסמים מטעם חברות מסחריות, חברות תחבורה ומשרדים ממשלתיים, דוחות פעילות של עמותות או של רשויות מקומיות המופצים לתושבים ולקהילות שונות, ועוד.

לוח 2 מציג כמה דוגמאות למידע כמותי-סטטיסטי שהופיע בעיתונים נפוצים בישראל. המידע הכמותי הופיע כחלק אינטגרלי של הכתבות, כלומר באמצעות טקסטים בלבד, ורק במקרה אחד (דוגמה 9, לקראת סוף הלוח) התלוו למידע גם כמה גרפים. מעבר לדוגמאות קצרות אלו, נציין בהסתכלות רחבה יותר כי המידע המתמטי-סטטיסטי המועבר לציבור באפיקי מידע שונים דורש הבנה של "רעיונות גדולים" (big ideas) במתמטיקה (Steen, 1990), ועל פי רוב מצריך גם את הבנתם של ביטויים כמותיים המוצגים באמצעות טקסטים תוך שימוש בסגנונות כתיבה שונים. לדוגמה, המידע עשוי להתייחס למגמות ולתנודות בתופעות שונות, כולל גידול, קיטון, הבדלים בין קבוצות, ועוד (למשל: מצב העוני בישראל, פערי שכר בין גברים לנשים, זיהום אוויר, משק המים, הגירה בלתי חוקית, רמת הישגי תלמידים במתמטיקה, הבדלים מגזריים, ועוד). דוגמה נוספת היא מידע כמותי-סטטיסטי המתייחס לסיכונים ולהסתברויות, למשל: סיכונים רפואיים ובריאותיים הנובעים מאורח חיים או מהרגלי תזונה מסוימים, המוצגים במדורי בריאות בעיתונים; הבנת מידע ביחס לתשואות ולסיכונים אפשריים באפיקי השקעה שונים, ועוד (Moore, 1990).

הטווח הגדול של מושגים מתמטיים וסטטיסטיים המוצג באמצעי התקשורת, אשר מקצתו מודגם בלוח 2, נותח עד היום בגישות שונות. רק מספר זעום של מחקרים מיפה את אופיו של מידע כמותי בתחומים נבחרים, תוך שימוש בניתוחי תוכן של מדגמי טקסט מתוך עיתונים ומגזינים פופולריים (Joram, Resnick & Gabriele, 1995). בין השאר, הוקדשה במחקרים כאלה תשומת לב מרובה לחשיבות שבהבנת מידע פרופורציונלי, במיוחד אחוזים ויחסי חלק-שלם, אחוזים מתוך אחוזים, ועוד (Parker & Leinhardt, 1995), וכן לשימושים שונים במושגים הקשורים לממוצע ולחציון. באופן כללי, הפרסומים בתחום מצביעים על כך שאזרחים נדרשים לזהירות ולתחכום בעת קריאת טיעונים באמצעי התקשורת ופירושם.

טווח גדול בהרבה של נושאים נותח בהרחבה במספר ספרים שחלקם זכה לתהודה ניכרת, במיוחד עבודותיהם של המתמטיקאי ג'ון פאולוס (Paulus, 1988, 1995) ושל הסטטיסטיקאי ג'ואל בסט (Best, 2001, 2008). בפרסומים כאלה ואחרים (Kolata, 1997) עולים נושאים רבים, כגון:

- ניתוח הצגות שגויות/מוטות של מידע סטטיסטי וכמותי ("כל תשע דקות מתרחש פשע...").
- הדרכים שבאמצעותן גורמים כגון אנשי תקשורת, מפרסמים, פוליטיקאים או מוסדות משתמשים בנתונים בצורה חסרת זהירות או מגמתית לקידום מסקנות מועדפות (King, 2010).
- הבעייתיות שבהסקת השפעה סיבתית (causal effects) ממידע לגבי קשר (מתאם) בין תופעות.
- הקושי להבין מה הבסיס העובדתי (נתונים, מדגמים, וכו') שעליו מבוססות הצהרות שונות.

ד. אוריינות פיננסית (financial literacy). מזה שנים רבות מקובל כי אזרחים צריכים להיות מסוגלים לנהל חיים מסחריים ולהתמודד עם קניות, מכירות, הנחות, וכו', ולפיכך הופיעו תכנים ודוגמאות בנושאים אלו באופן מסורתי בתכניות לימוד במתמטיקה. אולם, בעשור האחרון מעניקים ממשלות וגופים ציבוריים תשומת לב הולכת וגוברת ליכולתם של אזרחים להבין, לפרש ולקבל החלטות לגבי ניהול חייהם הכספיים, במיוחד לגבי אשראי, הלוואות, חיסכון, כספי גמלאות וביטוח פנסיוני. תשומת לב גוברת זו נובעת ממספר גורמים ותהליכים משולבים. משברים פיננסיים שעברו ועוברים על מערכות הביטוח הלאומי והביטחון הסוציאלי, וכמוהם גם על בנקים ומוסדות פיננסיים, מאיימים על יכולתן של מדינות לספק תמיכה מספקת לאזרחיהן לעת זקנה. מגמות דמוגרפיות כגון עלייה בתוחלת החיים, ותהליכי הפרטה ותהליכים כלכליים אחרים, דוחפים מדינות שונות (כולל ישראל) להעלות בהדרגה את גיל הפנסיה, או להפחית את היקף התמיכה. אזרחים עוברים ממצב שבו הם מקבלים "פנסיה תקציבית" באחריות המדינה או המעסיק למודל חדש של "פנסיה צוברת", שבו האזרחים (ומעסיקהם) מפרישים כספים לקופת גמל, אך הכספים שייכים לאזרחים ועליהם מוטל לנהלם בתבונה (דוח המפקח על שוק ההון והביטוח לשנת 2009).³

לאור האמור לעיל, הציפייה היא שאזרחים, שכירים ועצמאים, יהיו מסוגלים להבין מידע פיננסי ולקבל החלטות מורכבות בתנאי אי-ודאות כדי להגן על עתידם ולדאוג לצורכיהם הכספיים, באופן מתוחכם יותר מזה שנדרש בעשורים קודמים. חוסר יכולת של אזרחים להתמודד בצורה אפקטיבית עם הגנת עתידם הפיננסי עלול להביא לכך שאזרחים מכל קצווי הקשת החברתית יפשטו רגל, יאבדו את מקום מגוריהם, וקיומם הפיזי ורווחתם יהיו בסכנה. כפועל יוצא, גופים ממשלתיים ו"בעלי עניין" במדינות רבות מפתחים באופן מואץ תכניות התערבות וחינוך (OECD, 2006b), אשר חלקן מתמקד באוכלוסיות בסיכון גבוה באופן יחסי, כגון אנשים בגמלאות, עובדים לקראת פרישה, או משפחות במצוקה. בנפרד, מוצגת ציפייה כי מערכות חינוך יניחו תשתית נכונה לחיים כלכליים עצמאיים, דרך חיזוק ההבנה של סוגיות פיננסיות עוד בבית הספר. אין זה פלא כי לאור חשיבות הנושא, מדינות OECD החליטו לשלב בתכנית המדידה PISA בשנת 2012 מדידה חדשה ונפרדת של אוריינות פיננסית (OECD, 2010).

המידע הנוגע לאשראי, לריבית, ללקיחת הלוואות ומשכנתאות ולהחזרים כספיים של הלוואות כולל תחשיבים שונים, וסוגים רבים של חישובי אחוזים. הבנתו דורשת תשתית ידע חשבונאי/מתמטי – אולם ההחלטות הפיננסיות הנדרשות מאזרחים רגילים כוללות הרבה יותר מכך. שכיר או עצמאי בישראל נחשף באופן שוטף למידע שיווקי וכלכלי בעיתונים ובפרסומי בנקים, חברות ביטוח ועוד, וצריך לא רק להבין מידע המוצג בדוחות תקופתיים ושנתיים, אלא לבחור ולעדכן מדי פעם את מסלול השקעת כספי קרן השתלמות או קופת גמל ["מסלול מנייתי", "מסלול כללי"]. החלטות בנושאים כאלה קשורות לרמת הסיכון שהמשקיע מוכן לקבל, ודורשות הבנת האפקט המצטבר של החלטות ביחס לתשואות אפשריות ולסיכונים פוטנציאליים באפיקי השקעה שונים במהלך עשרות שנים. נוסף על כך, כחלק מתהליכי ניהול כספי, אזרח הרוצה לפעול בצורה אוטונומית ולנהל חשבון בנק באופן עצמי, לבצע תשלומים שונים, או להשיג גישה למידע הכרחי צריך להיות מסוגל להשתמש בכלים טכנולוגיים כגון אתר גמל-נט⁴ של משרד האוצר, המאפשר השוואה בין תשואות כל קופות הגמל בישראל – האתר שבו

³ http://ozar.mof.gov.il/hon/2001/general/doch_2009/hakdama.pdf

⁴ <http://gemelnet.mof.gov.il/Tsuot/UI/DafMakdim.aspx>

משתמשים גופי היעוץ הפנסיוני המציעים שירותי ייעוץ לאזרחים. לפיכך אין זה מפתיע שהמפקח על הביטוח בישראל,⁵ המופקד על השירותים בשוקי הביטוח, הפנסיה והגמל, הציב כבר ב-2006 את פיתוח האוריינות הפיננסית, דהיינו הגברת מודעותה של האוכלוסייה לסביבה הפיננסית, ואת קידום ההבנה, המעורבות והחשיבה העצמאית בתחום הנוגע לעתידו של כל אזרח, כיעד חשוב למערכת הציבורית בישראל.

דיון נרחב בהגדרות המושג "אוריינות פיננסית", כולל תיאור רמות שונות של אוריינות פיננסית, והתייחסות לחפיפה של המושג עם אוריינות מתמטית, ניתן למצוא במסמך עבודה של Hung, Parker & Yoong (2009) מטעם RAND corporation, וכן אצל Lusardi & Mitchell (2007). להשלמת סקירה קצרה זו, יצוין בשלב זה כי בשנים האחרונות החלו להתפרסם תוצאות מחקרים על רמת ההבנה הפיננסית של אוכלוסיות במספר מדינות מערביות, והממצאים מעוררי דאגה, בלשון המעטה. למשל, לוח 3 (מבוסס על Lusardi, 2008) מציג מספר שאלות שנשאלו בסקרים רחבי היקף שנערכו בארצות הברית, לצד תחום הידע שבו הן עוסקות.

לוח 3: שאלות לגבי אוריינות פיננסית בסיסית, סקרים ארציים שנערכו בארצות הברית (Lusardi, 2008) (הקורא מוזמן לחשוב על השאלות)

תחום הידע	השאלה שנשאלה
ריבית מצטברת (ריבית דריבית)	1) Suppose you had \$100 in a savings account and the interest rate was 2% per year. After 5 years, how much do you think you would have in the account if you left the money to grow: more than \$102, exactly \$102, less than \$102?
אינפלציה	2) Imagine that the interest rate on your savings account was 1% per year and inflation was 2% per year. After 1 year, would you be able to buy more than, exactly the same as, or less than today with the money in this account?
רמת סיכון באפיקי השקעה שונים	3) Do you think that the following statement is true or false? "Buying a single company stock usually provides a safer return than a stock mutual fund."
חישוב אריתמטי של מספרים גדולים	4) If 5 people all have the winning number in the lottery and the prize is 2 million dollars, how much will each of them get?
ריבית מצטברת (ריבית דריבית)	5) Let's say you have 200 dollars in a savings account. The account earns 10 percent interest per year. How much would you have in the account at the end of two years?

אפילו ביחס לשאלות פשוטות אלו, רמת הידע שהפגינו אנשים בוגרים הייתה נמוכה למדי: רק כמחצית מהנכללים במדגם של בני 50 ומעלה (גיל ממוצע 65) ענו נכונה לשאלות 1 ו-2. שליש מהנשאלים לא ידעו לענות על שאלה 3 והראו חוסר הבנה לגבי חשיבות פיזור ההשקעות לשם הקטנת סיכון. שאלות 4 ו-5 הוצגו בפני מדגם אחר שייצג את בני גיל הביניים (בני 51-56). מחצית מהנשאלים במדגם ארצי זה

⁵ http://ozar.mof.gov.il/hon/2001/general/doch_2006/hakdama.pdf

נכשלו בשאלה 4 ולא היו מסוגלים לחלק שני מיליון ל-5. רק 18% מבני שכבת הגיל הזאת, שבה ריבית מצטברת היא נושא חשוב ובעל השלכות רבות משמעות לגבי חוסנם הכלכלי העתידי, השיבו נכונה לשאלה 5. ממצאיהם של מחקרים אחרים שנערכו בקרב אוכלוסיות צעירות יותר המדווחים במקורות שונים (Lusardi, 2008; Hung et al, 2009) מראים מגמות דומות.

חשוב להדגיש כי השאלות בלוח 3 מדגימות היבטים של אוריינות פיננסית בסיסית בלבד. בפועל, על אזרחים לשקול חלופות ולקבל החלטות בתנאי אי-ודאות, תוך הבנת מושגים מורכבים הקשורים בין השאר לסיכון (risk). שיקולים כאלו אינם מתמטיים בלבד; הם מערבים גם בחינת המשמעויות האישיות והמשפחתיות של תרחישים שונים (למשל: "מה עדיף – לשלם במשך 36 חודשים 3,500 ₪ כל חודש להחזר ההלוואה, או לפרוס את ההחזר על פני 5 שנים? אך מה תהיה ההכנסה שלי בעוד 5 שנים? מה יתאים לי?"). כמובן, מושגים הקשורים לסיכון גוררים איתם מטבע הדברים גם מרכיבים עמדתיים, רגשיים ותרבותיים הקשורים להתמודדות עם מצבים הסתברותיים, כגון חשש מהסתכנות (risk aversion), ועוד.

ה. אוריינות מתמטית בתחומי בריאות (Health numeracy). בשנים האחרונות מתפתחת במהירות ספרות מחקרית ענפה בתחום חדש יחסית, הקשור ליכולות האורייניות המגוונות הנדרשות מאזרחים בהקשר של שמירת בריאות וניהול מצבי חולי, ונכללות במושג הרחב *eHealth* (Norman & Skinner, 2006). בדומה למה שראינו לגבי אוריינות פיננסית, גם כאן אנו רואים השפעה משולבת של מספר תהליכים וגורמים, כגון התפתחותן המהירה של טכנולוגיות מבוססות-אינטרנט המאפשרות לאזרחים בכל הגילים גישה קלה ומהירה למידע רפואי ובריאותי נרחב, שאיפתן של מערכות בריאות לערב אזרחים באופן פעיל בתהליכי שמירת בריאות ובניהולם (shared decision making), בין היתר מתוך רצון להפחית מהעומס ומהעלויות המוטלים על גורמים רפואיים, ועוד. יתר על כן, הרפואה המודרנית מציעה כיום טיפולים מורכבים ומתקדמים יותר הכרוכים בהשלכות לוואי ובסיכונים. גורמים אלו, יחד עם העלייה בתוחלת החיים, מחייבים כל אזרח להתמודד עם מגוון גדול יותר של מצבי בריאות וחולי במשך שנים רבות יותר מבעבר, לקבל יותר החלטות רפואיות ולנהל את תהליך שמירת הבריאות האישית שלהם במהלך כל חייהם.

על רקע זה מוקדשת בשנים האחרונות תשומת לב גוברת גם לצורך בשיפור האוריינות הלשונית והמתמטית של אזרחים בקבוצות סיכון שונות, כך שיוכלו להשיג מידע בריאותי ורפואי ברמות מורכבות שונות, לפרשו כהלכה ולהתמודד עמו ביעילות. למשל, יש התייחסות לכישורים הנדרשים לחישוב מיונים ולקביעת לוחות זמנים ללקיחת תרופות, ליכולת להשתמש במידע כמותי הנמצא במסמכים, בטבלאות ובגרפים ולתרגם בין ייצוגים שונים של מידע כמותי (בטקסט ובמספרים), וליכולת לתקשר באופן ורבלי (בעל-פה) ביחס למושגים רלוונטיים, ועוד. לוח 4, הלקוח מתוך מאמר סקירה של אנקר וקאופמן (Ancker & Kaufman, 2007), מציג גורמים שונים, בהם מיומנויות מתמטיות שונות, אשר משפיעים על יכולתם של לקוחות לתפקד במצבים רפואיים נפוצים. דוגמאות נוספות נכללו גם בלוח 2 (ראה פריטים 5, 10, 11). ככלל, מחקרים רבים המשתמשים בכלי מדידה שונים להערכת "אוריינות מתמטית בתחומי בריאות" (למשל Schapira et al, 2008; Peters, Hibbard, Slovic & Dieckmann, 2007) הראו קשר ברור בין היכולת המתמטית, הבנת מושגים הנוגעים לסיכון ותפיסה עצמית בתחום המתמטי, ובין תוצאות בריאותיות ותהליכיות שונות. (בהקשר זה חשוב לציין כי גם מעובדים בשירותי הבריאות נדרשות אוריינות מתמטית ויכולת לנהל תקשורת ברורה בנושאים כמותיים.)

לוח 4: גורמים התורמים ליכולתם של חולים ולקוחות של שירותי בריאות להבין מידע כמותי בסיסי בהקשרים של ניהול בריאות ולהשתמש בו (Ancker & Kaufman, 2007)

Table 1 ■ Factors Contributing to a Patient's Ability to Use Quantitative Information for Health

Factor	Definition	Examples
Patients' quantitative skills	basic computational skills (such as addition, multiplication, and use of simple formulas), estimation, and statistical literacy	computing calorie content; comparing computation to estimate to determine whether it is correct; understanding concept of randomization in a clinical trial
Patients' ability to use information artifacts	ability to navigate documents, interpret graphs, and translate between different representations of the same information	obtaining nutrient information from a nutrition label; comparing personal health data as displayed on different meters or devices
Patients' oral communication skills	ability to speak clearly about quantities and understand spoken information	reporting a previous medication regimen accurately to a new physician
Information design for patients	arrangement of information media and symbols to support comprehension and cognition	designing a patient interface for an electronic health record that provides graphics to illustrate numerical information
Providers' oral communication skills	ability to communicate quantitative concepts clearly to the patient	explaining a new medication regimen to a patient in an understandable fashion
Providers' quantitative skills	basic computational skills, estimation, and statistical literacy	converting between units of measure; understanding the positive predictive power of a diagnostic test

ו. **אוריינות מתמטית ואוריינות מדעית** (Science literacy). תחום נוסף הקשור למכלול הכישורים והעמדות הנדרשים מאזרחים הוא אוריינות מדעית. לגבי נושא זה, המהווה נדבך מרכזי בהבנת ידע מדעי ותהליכים מדעיים, התפתחה ספרות נרחבת בעשורים האחרונים (Shamos, 1995). במקביל, גברה תשומת הלב למידה שבה הציבור מבין מושגים מדעיים ורוכש עמדות חיוביות או שליליות ביחס להתפתחויות מדעיות ולהשלכות שלהן על קהילות בכלל ועל אנשים בפרט (למשל ביחס למזון גנטי, להפריה מלאכותית, להשלכות זיהום אוויר, לתרומתם של חיסונים לבריאות, ועוד). לנוכח מרכזיותו של המדע בחיי האזרח המודרני מחד גיסא ולאור תרומתם הצפויה של תהליכים חינוכיים לבניית אוריינות מדעית מאידך גיסא (Turner, 2008), היה זה אך מתבקש כי מדינות OECD ומדינות אחרות תמודדנה אוריינות מדעית גם בפרויקטי הערכה בינלאומיים כגון PISA או TIMSS. ב-PISA, למשל, הוגדרה אוריינות מדעית כך (ראמ"ה, 2010, עמ' 1): "היכולת לזהות שאלות, לרכוש ידע חדש, להסביר תופעות מדעיות ולהסיק מסקנות המבוססות על הוכחות ביחס לנושאים הקשורים למדע; להבין מה מייחד את המדע, להיות מודע לאופן שבו המדע והטכנולוגיה מעצבים את הסביבה; ולשאוף לעסוק בנושאים מדעיים בדרך ביקורתית".

בהקשר של הסקירה הנוכחית, אזכורה של אוריינות מדעית הוא חיוני בגלל הזיקות הברורות בין ידע מתמטי לידע מדעי. גופים מובילים כגון American Association for the Advancement of Science ומומחים שונים טוענים כי מרכיבים מרכזיים של ידע סטטיסטי ושל אוריינות סטטיסטית (ובהם גם הבנה של מושגים הסתברותיים מסוימים) הם חלק בלתי נפרד של האוריינות המדעית (Rutherford, 1997; Cretazz van Rotten, 2006). נוסף על כך, ראוי לשים לב כי אוריינות מדעית נתפסת כמכלול של כישורים ועמדות, וחלק בלתי נפרד ממנה הוא קיום גישה ביקורתית לנתונים ולטיעונים מדעיים. בעקיפין עולה מכאן כי באוריינות מדעית נכללת בה גם אוריינות כמותית-סטטיסטית. נמצא כי קיים

צורך ברור בתשתית מתמטית לשם הבנת חלקים מסוימים של המידע המדעי המוגש לתלמידים ולאזרחים בספרי לימוד או באמצעי התקשורת (ראו דוגמאות בתחתית לוח 2), לשם הבנת התהליך של יצירת ידע מחקר-מדעי, לשם ניתוח נתונים ושימוש בהם להוכחת טיעונים מדעיים ולהצגת תוצאות ניסויים שונים, ועוד (Rutherford & Ahlgren, 1990). הסקירה הנוכחית לא תרחיב את היריעה לגבי אוריינות מדעית מעבר לאמור לעיל, לאור המידע הרב הקיים בישראל בנושא אוריינות מדעית וחינוך מדעי, בין היתר בסקירות שהוגשו ליזמה למחקר יישומי בחינוך (זוזובסקי ונחמיאס, 2009), בתיאור ממצאי מחקר TIMSS בישראל (נחמיאס וזוזובסקי, 2009), ועוד.

ז. לקראת המשגתה של אוריינות מתמטית. התפיסות הכלליות שהוצגו כאן לגבי מהותן של הכשירויות (competences) הנחוצות לאזרח הבוגר ממקדות את תשומת הלב באדם השלם וביכולתו להתמודד באופן גמיש ובוטח עם מגוון מצבי חיים, תוך הפעלת ביקורת עצמית והסתכלות רפלקטיבית על דרישות המצב מחד גיסא ועל דרך ההתמודדות עמו מאידך גיסא. המקורות שנסקרו מראים כי בחיי היומיום והעבודה יש טווח גדול של בעיות או מטלות בעלות מרכיבים מתמטיים/כמותיים/סטטיסטיים אשר איתן נדרשים להתמודד אזרחים מכל קצווי הקשת החברתית, ואופיין של אלה משתנה בהדרגה והופך להיות מורכב יותר בשנים האחרונות בגלל שינויים חברתיים, כלכליים וטכנולוגיים. (חלק מהמצבים אשר הוצגו בהקשר של בריאות, ניהול פיננסי או צריכת מידע בערוצי מדיה יכולים כמובן להופיע גם במקומות עבודה).

הסקירה למעלה, בשילוב עם מקורות נוספים (Gal, 1997), מראה כי האדם הבוגר נדרש לאוריינות מתמטית בשלושה מצבים או הקשרים שונים, אשר מתוארים להלן בנפרד, אך בפועל הם עשויים להיות משולבים בדרכים רבות במגוון הקשרי החיים של האדם הבוגר בבית, בקהילה, בעבודה ובלימודים:

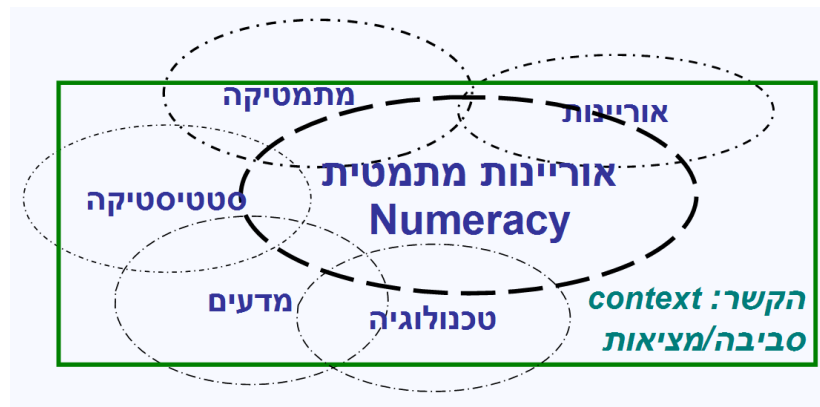
- **מצבים הדורשים יצירת מידע מתמטי/סטטיסטי (generative situations):** במצבים רבים, אדם בוגר צריך להגיב למידע כמותי הקיים בתוך ההקשר של המשימה הניצבת לפניו, וכחלק מהתגובה עליו לייצר מידע מתמטי חדש. דוגמאות פשוטות הן בדיקת נכונותו של חשבון שהוגש במסעדה, אומדן זמני נסיעה על פי מרחקים במפה, חישובי ריבית על הלוואות, מדידת אורך קיר לצורך קביעת ממדיו הרצויים של רהיט, ועוד. כ"יצרן מידע", האדם מבצע פעולות מתמטיות שונות כגון חישובים, אומדנים או מדידות, דרך יישום פרוצדורות שנלמדו בעבר במסגרת לימודים פורמלית בבית הספר, או תוך שימוש בתהליכים שהומצאו על ידו (invented strategies). יש לתת את הדעת על כך שבעיות מתמטיות המזיקות חישובים שבהן עשויים בני אדם להיתקל בחיי היומיום יכללו לעתים מצבים שבהם אין פתרון אחד שהוא "נכון" ולעומתו אחר שהוא "לא-נכון", ויצבו לא פעם אפשרויות לתגובות ברמות שונות של דיוק. הבחירה בין חישוב או מדידה מדויקת ובין הסתפקות בביצוע אומדן תלויה בגורמים שונים כגון דרישות המשימה וההקשר, רצון לחיסכון בהשקעת זמן ואנרגיה, תחושת מסוגלות אישית, ועוד.
- **מצבים הדורשים פרשנות מידע מתמטי/סטטיסטי (interpretive situations):** במצבים רבים לא מוטל על האדם הבוגר לייצר מידע חדש כלשהו, כגון לבצע חישוב או אומדן, אלא נדרש ממנו לפעול כ"צרכן מידע" המפרש מידע (כמותי ולא-כמותי) באופן ביקורתי וחושב על משמעויותיו. דוגמאות הן קריאת כתבות עיתונאיות המתארות את תוצאותיהם של מחקרים וסקרים שונים כגון אלו המודגמות בלוח 2 ובהמשך הסקירה, צפייה בחדשות בטלוויזיה,

קריאת מסמך פיננסי הכולל מידע ביחס לסיכונים עתידיים שונים בעת ביקור בבנק, הבנת סרטוט ארכיטקטוני כגון זה המתקבל מחברת בנייה או ממעצב פנים לשם הערכת מידותיהם של חדרים והיחסים המרחביים בין אלמנטים מבניים שונים, ועוד.

- **מצבים הדורשים קבלת החלטות** (decision situations): לעתים קרובות אדם בוגר נדרש לקבל החלטות שונות במצבים שבהם עומד לרשותו מידע מתמטי/סטטיסטי, או במצבים שבהם יש ביכולתו לייצר מידע כזה. דוגמאות הן קביעת לוח זמנים לביצוע פרויקט, התלבטות לגבי נסיעה בצירופים שונים של קווי אוטובוס לשם הגעה מנקודת מוצא ליעד בזמן נתון, בחירת דירה לשכירות מבין כמה דירות אפשריות שעלויותיהן שונות ומרחקיהן ממקום העבודה שונים, בחירה בין תכניות פנסיה או משכנתאות המתאפיינות ברמות סיכון שונות ובהחזרים כספיים שונים, ועוד. במצבים כאלה ואחרים, "החלטה" דורשת בחירה בין כמה חלופות, חשיבה על תרחישים אפשריים, ואופטימיזציה של משאבים בכפיפות למגבלות שונות. המידע הכמותי/סטטיסטי משמש כאחד מהרכיבים בהחלטה, אך אין הוא הרכיב היחיד, ובמקביל פועלים שיקולים שונים וחשובים, מידת ההבנה של דרישות ההקשר והאילוצים הכרוכים בו, ניסיון אישי, ועוד. לפיכך, הבחירות הנעשות במצבי החלטה לרוב אינן ניתנות לסיווג כ"נכונות" או "שגויות", בניגוד לפתרונות לבעיות חישוביות מסוימות.

מהסקירה עולה כי בעיות או מטלות בעלות מרכיבים מתמטיים/כמותיים/סטטיסטיים עשויות להופיע בצורה משולבת במצבים שונים ואינן מאורגנות בהכרח לפי תחומי הדעת בתוך המתמטיקה. הן כוללות לעתים מידע כמותי המועבר דרך טקסטים (ולא בייצוג ספרתי) או מידע כמותי המשובץ בתוך סביבות טקסטואליות, ובחלקן נדרש שילוב של אוריינות לשונית הן לצורך קריאת מגוון מסמכים ברמות מורכבות שונות הן לצורך קיום תקשורת לגביהם. לפיכך נראה כי המאפיינים של סביבות תפקודיות שתוארו עד כה, סביבות שאיתן צריכים להתמודד אזרחים, עובדים ולקוחות במדינה דמוקרטית מודרנית ומבוססת טכנולוגיה, מחייבים תמהיל מורכב ושונה במידת מה של כישורים, בסיסי ידע ועמדות בהשוואה למה שנכלל באופן מסורתי בהגדרה "ידע מתמטי" במסגרות חינוכיות. זהו המניע לעלייתו של המושג "אוריינות מתמטית". כדי לסייע בהבנת המושג והרציונל לקיומו, לוח 5 מציג המחשה ויזואלית של זיקות אפשריות בין אוריינות מתמטית ובין הקשרים ותחומי ידע משיקים נבחרים.

לוח 5: מודל משוער של אוריינות מתמטית והקשר שלה עם תחומי ידע משיקים
(מבוסס חלקית על Gal, 2000, 2002a)



הערה: המודל מוגבל בהיותו ייצוג דו-ממדי של מושגים המשתלבים זה בזה במרחב רב-ממדי. קיימים קשרים נוספים וחשובים בין חלקי המודל (למשל בין "אוריינות" ל"מדעים" או בין "מתמטיקה" ל"טכנולוגיה", ועוד) שלא ניתן להציגם בצורה פשוטה בתרשים כזה.

ראוי להדגיש כי המרכיב החשוב ביותר בלוח 5 הוא **ההקשר** (context) – המלבן בתרשים, המייצג את הדרישות התפקודיות (situational demand) שמטילות על האדם סביבות החיים שבהן הוא צריך או רוצה לתפקד בהצלחה. ההקשר הוא נקודת המוצא להגדרה של כשירויות הנדרשות מאזרחים, אשר אחת מהן היא אוריינות מתמטית. המושג "אוריינות מתמטית" מתייחס בסקירה הנוכחית למכלול של בסיסי ידע, מיומנויות ועמדות הנדרשים להתמודדות אפקטיבית עם מטלות חיים שונות בעלות מרכיב מתמטי, סטטיסטי או כמותי. כפי שמוצג בלוח 5, אוריינות מתמטית נתפסת כמבנה תיאורטי (construct) החופף חלק ממה שכלול ב"מתמטיקה", אך כולל מרכיבים נוספים הנכללים בחלקם בתחומי דעת משיקים (אשר חלקם נתפסים כנפרדים מבחינת מערכת החינוך) כגון אוריינות לשונית, מדעים, טכנולוגיה ועוד.

1.2 אוריינות מתמטית כמושג מפתח בתכניות הערכה רבות היקף

מטרתו של תת-פרק זה היא בעיקר להקנות לקורא תחושה כי המושג "אוריינות מתמטית" הכלול בתכניות הערכה שונות (large-scale assessment programs) מנסה לשקף את אותם רעיונות יסוד שהוצגו בתת-הפרק הקודם, ואשר לפיהם אוריינות מתמטית היא חלק ממכלול כישורים הנדרשים מאדם בוגר. המושג אוריינות מתמטית, בגלגולים שונים, הופיע החל משנות השמונים של המאה העשרים בשיח ציבורי המתייחס לכישורים שאותם נחוץ למדוד כדי לספק מידע למקבלי ההחלטות ברמה הלאומית בתחומי החינוך, העבודה והתעסוקה והרווחה. הנחת המוצא בשיח כזה היא כי מקבלי החלטות, וכמוהם גם בעלי עניין אחרים כגון מעסיקים וארגוני עובדים, זקוקים למידע כמותי ואמין על יכולותיהם של אזרחים ועובדים (הנמצאים כבר בשוק העבודה) ושל בוגרי בתי ספר (העתידיים להצטרף לשוק העבודה) להתמודד עם מטלות האופייניות לחיי האדם הבוגר. מידע כמותי אמין לגבי יכולות אלו נתפס כבסיס להבנת התפלגות ההון האנושי במדינה, כמאפשר תיאור והבנת התפוקות של מערכות חינוכיות, וכנקודת מוצא להתוויית מדיניות ארוכת טווח ביחס להתערבויות חינוכיות או חברתיות במידה שנמצאים פערים בין המצוי לרצוי. בתת-פרק זה ייסקרו בקצרה כמה תכניות מדידה/הערכה ידועות שבהן נכללו מושגים הקשורים לאוריינות מתמטית כפי שהוגדרה למעלה, הן בסקרי אנשים בוגרים הן בסקרי תלמידים, ויפורטו ממצאים לגבי פערים מדאיגים שנמצאו בתכניות כאלו, כולל לגבי ישראל.

א. אוריינות מתמטית בסקרי בוגרים. ההמשגה והמדידה של תחומים הקשורים לאוריינות מתמטית הופיעו תחילה בארצות הברית בהערכות כישורי האוריינות של *בוגרים*, כחלק מפרויקטים שמומנו בידי משרד העבודה האמריקני ובהמשך בידי משרד החינוך האמריקני. בתחילה, המדידה של אוריינות מתמטית בוצעה על בסיס מודל תיאורטי שפותח בעיקר על סמך מחקריהם של מוזנטל וקירש (Kirsch & Mosenthal, 1990; Mosenthal & Kirsch, 1991; Mosenthal, 1996). המודל התייחס לקיומם של שלושה ממדים נפרדים אך שלובים של אוריינות לשונית: אוריינות פרוזה (prose literacy), אוריינות מסמכית (document literacy), ואוריינות כמותית (quantitative literacy), והניח כי אוריינות לשונית ניתנת לדירוג על סולם שיש בו רמות יכולת שונות.

ההגדרות המקוריות של שני המושגים הרלוונטיים יותר לסקירה זו, "אוריינות מסמכית" ו"אוריינות כמותית", מופיעות בלוח 6 בהמשך. *אוריינות מסמכית* מתייחסת לטווח גדול של מצבים מוכרים בחיי האדם הבוגר שבהם עליו לקרוא ולפרש טקסט לא-ליניארי, כגון חשבונות, טפסים,

טבלאות (למשל טבלאות המפרטות מרחקים בין ערים, לוחות זמנים, לוחות המציגים עלויות שונות), גרפים סטטיסטיים, תרשימים, מפות, ועוד – זאת בניגוד לפרוזה רגילה, המהווה את עיקרן של כתבות בעיתון מודפס או דיגיטלי, שבהן טקסטים זורמים לרוב באופן ליניארי, שורה אחרי שורה, במבנה רגיל של פסקאות. *אוריינות כמותית* הוגדרה במקור באופן צר למדי, בהתייחס לטקסטים שבהם נדרש ביצוע פעולות אריתמטיות בסיסיות או הבנה של מידע חשבוני (לרוב ביחס לארבע פעולות החשבון, לעתים ביחס לאחוזים).

הנחת היסוד העומדת מאחורי ההכללה של מרכיב *כמותי* (בין אם תהא זו אוריינות כמותית ובין אם היבטים כמותיים של אוריינות מסמכית) כחלק מאוריינות *לשונית* הייתה כי בתוך מגוון מטלות החיים הכוללות קריאת טקסטים מסוגים שונים ודורשות אוריינות *לשונית*, שעמן נדרשים אזרחים בוגרים להתמודד במהלך חייהם, מצויים גם טקסטים המשלבים באופן טבעי מידע מתמטי או דורשים פעולות מתמטיות. ההמשגה המקורית של אוריינות *לשונית* הניחה כי בחלק מהמצבים האדם הבוגר צריך לקרוא ולהבין מידע כמותי המוצג כחלק מטקסטים שונים (כשהוא משמש בתפקיד "צרכן" – למשל בעת קריאת חשבון ששלח ספק שירות, הבנת מאמר בעיתון שבו מוצג גרף כלשהו, קריאת סרטוט אדריכלי וכדומה), ובחלק מהמצבים הוא צריך לבצע חישובים שונים לגבי המידע הכמותי הנמצא בטקסט (כשהוא משמש בתפקיד "יצרן" – למשל בעת אומדן מרחק נסיעה או זמן נסיעה בין שתי נקודות במפה, או חישוב 10% או 12% מסכום הארוחה המודפס בחשבון כדי להשאיר תשר במסעדה).

הגישה שתוארה למעלה להמשגת אוריינות *לשונית* ולמידתה, גישה שבה אוריינות כמותית (כפי שהוגדרה באופן צר) נתפסת כחלק בלתי נפרד של אוריינות *לשונית*, שימשה בסיס לסקרים רבי היקף בעשרות מדינות, ביניהן אוסטרליה, קנדה וארצות הברית. במהלך שנות התשעים, כמה מדינות שהבינו את הצורך בקבלת מידע רב היקף לגבי אוריינות בוגרים ארגנו סקר רב-לאומי (International Adult Literacy Survey) אשר בוצע בשלושה סבבים והקיף קרוב לעשרים מדינות, וגם בו נמדדו שלושת הממדים של אוריינות *לשונית* שהוזכרו למעלה. תוצאות הסקרים הללו הראו על חסכים רבים בכישורי-יסוד בקרב אוכלוסיות בוגרים במדינות שונות (Statistics Canada and OECD, 1996, 1997), ושימשו בסיס לשיווי מדיניות ולהקצאת משאבים לפרויקטים חינוכיים שונים.

כפי שהוצג בפתיחת הסקירה, בשנות התשעים נערכה בעולם עבודה בינלאומית בכמה חזיתות הקשורות להמשגתם ולמידתם של כישורים הנתפסים כהכרחיים במרקם ההון האנושי של חברות מודרניות, ובכלל זה כישורים הקשורים לתחום המתמטי. החל מ-1998 תכנן קונסורציום רב-לאומי סקר חדש של כישורי בוגרים, ALL (Adult Literacy and Lifeskills Survey) אשר בו, במקום התמקדות בהיבטים אריתמטיים בלבד, הוצגה מסגרת קונצפטואלית רחבה בהרבה המתמקדת במושג Numeracy (Gal, van Groenestijn, Manly, Schmit, & Tout, 2005). הגדרת המושג "Numeracy" לפי ALL מתוארת בלוח 6. סקר ALL נערך במספר סבבים בין השנים 2002-2006 והשתתפו בו קרוב לעשרים מדינות (ארצות הברית, קנדה, הולנד, אוסטרליה, נורווגיה, איטליה, ועוד). לאור הצלחת סקר ALL, הוא נבחר לשמש בסיס לתכנית ההערכה הרב-לאומית החדשה של OECD לגבי כישורי בוגרים, PIAAC (Programme for International Assessment of Adult Competencies) אשר בסבב הראשון הוחל בביצועה המלא ב-25 מדינות⁶ ותוצאותיה יפורסמו על ידי OECD בתחילת 2014. קבוצת המומחים PIAAC

⁶ ישראל הצטרפה לתכנית המדידה PIAAC בסבב השני. תוצאותיו של סבב זה יפורסמו ב-2016.

Numeracy Expert Group (2009) הציגה המִשְׁקָה של אוריינות מתמטית ושל ההתנהגות המצופה מאדם בעל אוריינות מתמטית (numerate behavior), והיא העדכנית ביותר הקיימת בעולם בשלב זה.

לוח 6: הגדרות למושגים הקשורים לאוריינות מתמטית בתכניות הערכה בינלאומיות

אוריינות מסמכית (Document literacy) ואוריינות מספרית (Quantitative Literacy) במחקרי IALS (International Adult Literacy Survey): (בוגרים)

Document Literacy: The knowledge and skills required to locate and use information contained in various formats (including job applications, payroll forms, transportation schedules, maps, tables, and graphics).

Quantitative Literacy: The knowledge and skills required to apply arithmetic operations, either alone or sequentially, to numbers embedded in printed materials (such as balancing a check book, figuring out a tip, completing an order form, or determining the amount of interest on a loan).

אוריינות מתמטית (Numeracy) בתכניות ההערכה ALL (2005) ו-PIAAC (2009): (בוגרים)

Numeracy is the ability to access, use, interpret, and communicate mathematical information and ideas, in order to engage in and manage the mathematical demands of a range of situations in adult life

Numerate Behavior involves managing a situation or solving a problem in a real context, by responding to mathematical content/information/ideas represented in multiple ways.

אוריינות מתמטית (Mathematical Literacy) בתכנית ההערכה TIMSS (1998): (תלמידים)

Mathematics literacy items address number sense, including fractions, percentages, and proportionality. Algebraic sense, measurement, and estimation are also covered, as are data representation and analysis. Several of the items emphasize reasoning and social utility. A general criterion in selecting the items was that they should involve the types of mathematics questions that could arise in real-life situations and that they are contextualized accordingly. (Mullis et al, 1998:43)

אוריינות מתמטית (Mathematical Literacy) בתכנית ההערכה PISA (2009): (תלמידים)

Mathematical literacy is an individual's capacity to identify and understand the role that mathematics plays in the world, to make well-founded judgments and to use and engage with mathematics in ways that meet the needs of that individual's life as a constructive, concerned and reflective citizen.

נוסח עברי (PISA 2009): אוריינות מתמטית היא היכולת לזהות ולהבין את התפקיד שממלאת המתמטיקה בעולם, לערוך שיפטים מבוססים, להשתמש במתמטיקה ולעסוק בה בדרך שתענה על צרכיו של הפרט כאזרח מועיל, מתעניין וביקורתי.

ב. אוריינות מתמטית בסקרי תלמידים. בסוף שנות התשעים של המאה העשרים החלו שתי יוזמות נפרדות הקשורות למדידת אוריינות מתמטית של תלמידי בית ספר בתכניות ההערכה TIMSS ו-PISA המתוארות בקצרה להלן. האגודה הבינלאומית להערכה חינוכית (IEA) הרחיבה את תכנית TIMSS

ושילבה בה באופן חד-פעמי סולם מדידה המתייחס ל"אוריינות מתמטית" (ראו לוח 6) של תלמידים המסיימים תיכון, דהיינו תלמידי כיתות י"ב. למושג "אוריינות מתמטית" לא ניתנה המשקלה ברורה בדוח TIMSS (Mullis et al., 1998) והוא הוגדר בו רק באופן אופרציונלי דרך הפריטים המודדים אותו, שהתייחסו להקשרי חיים מגוונים.

בהמשך קידמו מדינות OECD את פיתוח תכנית ההערכה PISA, המתמקדת במדידת כישורי תלמידים על סף סיום לימודי החובה והיציאה אל עולם הבוגרים. תכנית PISA בוחנת ידע (כישורים קוגניטיביים) בשלושה תחומים עיקריים: אוריינות לשונית, אוריינות מתמטית ואוריינות מדעית. הבחירה בממדים אלו נשענה על העבודה הקונצפטואלית שנעשתה בפרויקט DeSeCo שתואר קודם בתת-פרק 1.1 א' ועסק בהמשגת כשירויות בוגרים. ההמשקלה של אוריינות לשונית שפותחה בתכנית PISA, והגישה למדידתה של אוריינות זו, נשענו רבות על המודל של אוריינות לשונית בסקרי הבוגרים שתוארו למעלה. ההמשקלה של אוריינות מתמטית ב-PISA (ראו תחתית לוח 6) מתייחסת גם היא לרעיונות שהועלו תחילה בסקרי בוגרים, דהיינו היכולת להתמודד עם מטלות פונקציונליות הקשורות לחיי האדם הבוגר. פרטי המודל המפרט את מרכיבי-המשנה של אוריינות מתמטית ב-PISA לא יוצגו כאן היות שהם מופיעים במלואם בדוח הבינלאומי של PISA ומוסברים בחלקם ב"מדריך למורה" באתר משרד החינוך⁷ בישראל העוסק באוריינות מתמטית. אך נציין כי המסגרת הקונצפטואלית של מבחן PISA, המשמשת בסיס לפיתוח פריטי המבחן באוריינות מתמטית, מתארת תהליך רב-שלבי של פתרון בעיות, שבו נדרש תרגום מצב בחיים למודל מתמטי, מציאת פתרון מתמטי, ותרגומו חזרה למינוחי העולם האמיתי. בפריטי מבחן האוריינות המתמטית ב-PISA ניתנת תשומת לב מסוימת למאפייני מטלות-חיים בעולם הבוגרים, אך הושם דגש רב יחסית על מתמטיזציה של מצבים שונים, ועל שימוש בשפה מתמטית ובהקשרים המוכרים לתלמידים.

עם זאת, לדעת כותב סקירה זו, פריטי PISA רחוקים מלייצג את מכלול מגוון ההקשרים והמצבים שאיתם צריכים בוגרים להתמודד. בין השאר, הם אינם כוללים מצבים רבים שבהם אזרחים נדרשים להיות צרכנים ביקורתיים של מידע, ואינם משקפים את העושר הטקסטואלי במגוון המסמכים בעלי התוכן הכמותי שאזרחים ועובדים צריכים לקרוא ולהגיב אליהם בדרכים שונות. נוסף על כך, כמו בכל מבחן רב היקף, הפריטים מייצגים מטלות קצרות אשר את רוב התשובות להן ניתן לציין כנכון או לא-נכון, ואינם משקפים מצבי חיים רבים שהוצגו למעלה – מצבים שבהם אין האדם נדרש רק לפתרון חישובי המבוסס על מודל מתמטי, אלא לפרשנות מידע או קבלת החלטות (על סמך אופטימיזציה או פשרה בין מספר שיקולים המתנגשים זה בזה וכדומה), להתמודדות לאורך זמן עם חלקים שונים של בעיה מורכבת ולקבלת החלטות בכמה שלבים, ועוד.

ג. סוגיות וחששות. תיאור מגבלותיהם של פריטי PISA אינו מנסה לנגח את המבחן ואת מפתחיו. הן PISA הן מבחנים רבי היקף אחרים כגון PIAAC או TIMSS נבנים בכפיפות לאילוצים ולפיקד ניתן לבקדם בקלות. ההתמקדות במבחן PISA נובעת מהעובדה שלתוצאותיו ניתנת תשומת לב ומיוחסת חשיבות רבה מצד פוליטיקאים ואנשי חינוך בכירים במדינות רבות. גם בישראל, שבה לא נערך עד כה שיח חינוכי מעמיק לגבי אוריינות מתמטית, תוכני הפריטים (השאלות) של מבחן PISA עשויים להיתפס

⁷ http://cms.education.gov.il/EducationCMS/Units/Tochniyot_Limudim/Math_Chataav/OryanutMath/Madal/Mavo.htm

כמסגרת מושגית המגדירה מטרות חינוכיות, ולפיכך הוא מספק מסגרת רעיונית מוכנה שיש פיתוי לאמצה כלשונה. לכן, ראוי לציין כי גם מפתחי מבחן PISA עצמם מכירים במגבלות ובאילוצים הפוגמים בניסיונם לקחת מושג רחב המתייחס לחייהם של אנשים בוגרים ולהתאימו לסולם מדידה המיועד לתלמידים, וליישמו במדינות רבות ומגוונות. במסמך המתאר את המסגרת המושגית של מבחני PISA 2012, שבהם תימדד אוריינות מתמטית בהרחבה (PISA Governing Board, Nov 2010), הדבר נאמר במפורש⁸ (עמ' 4):

While the PISA survey is designed for 15-year-old students, *mathematical literacy* naturally transcends age boundaries. However, its assessment for 15-year-olds must take into account relevant characteristics of these students; hence, there is a need to identify age-appropriate content, language and contexts. As a result, this framework distinguishes between broad categories of content that are important to *mathematical literacy* for individuals generally, and the specific content topics that are appropriate for 15-year-old students.

בכל מקרה, גם למרות מגבלותיהם של המבחנים השונים המודדים אוריינות מתמטית של תלמידים או בוגרים, ראוי לזכור את **תרומתם המרכזית והחשובה ביותר: הבנת התפלגות האוריינות המתמטית במדינה**. תוצאות מבחנים אלו מראות כי כאשר מציבים בפני אוכלוסיית האנשים הצעירים או הבוגרים ברוב המדינות המערביות מגוון של משימות ברמות קושי שונות (הדגמות נוספות תוצגנה בהמשך, בפרק 2), ניכרת התפלגות רחבה, יש שיאמרו רחבה מדי, ברמת האוריינות המתמטית.

סקרים בינלאומיים הבודקים היבטים של אוריינות מתמטית אצל בוגרים (Minister of Industry, Canada, and OECD, 2005) מראים כי רק מיעוטם של האזרחים מצליח להתמודד באופן אפקטיבי עם משימות אוריינות מתמטית המייצגות חלק נכבד מספקטרום המצבים אשר איתם, לכאורה, מקווים מקבלי החלטות בתחומי תעסוקה ועבודה שבוגרים יצליחו להתמודד. למשל, בפרסומים בינלאומיים של מחקרי IALS ו-ALL נטען כי במדינות רבות, עד מחצית מהבוגרים אינם מגיעים לרמות האוריינות הלשונית והאוריינות המתמטית הנדרשות בחברה מודרנית (Statistics Canada and OECD, 1997, 2005).

ביחס לישראל, שבה נמדדו רק תלמידים, תוצאות מבחני PISA 2009 האחרונים⁹ (ראמ"ה 2010) מראות כי שיעור התלמידים בישראל הנמצאים ברמות בקיאות נמוכות מאוד (*מתחת* לרמה 2 מתוך 6 רמות שהוגדרו) הנו 39% (לעומת 22% במוצע במדינות OECD). **לפיכך, תמונת ההון האנושי בישראל בכל הנוגע לאוריינות מתמטית, לפחות של תלמידים, היא מדאיגה, בלשון המעטה, ומראה על פערים רבים ורחבים. למצב זה השלכות חברתיות וכלכליות רבות** (McCracken & Murray, 2008). מלבד זאת, שיעור התלמידים ברמות הבקיאות הגבוהות במבחני PISA 2009 (רמות 5 ו-6) בישראל היה רק 6% (לעומת 13% במוצע במדינות OECD), וגם לכך השלכות חשובות מבחינה חברתית וכלכלית, אך הללו בעלות אופי שונה מזה של השלכותיו של הנתון בדבר שיעור התלמידים ברמות בקיאות נמוכות.

⁸ www.pisa.oecd.org/dataoecd/8/38/46961598.pdf

⁹ ממצאי PISA לגבי ישראל נתמכים בנתונים ממבחני מיצ"ב הנערכים באופן שוטף על ידי ראמ"ה, וממבחני TIMSS שנערכו בישראל ב-2007 (נחמיאס וזוזובסקי, 2009), אם כי נראה ששני סוגי המבחנים הללו מקדישים תשומת לב פחותה לאוריינות מתמטית, ומודדים בעיקר ידע מתימטי הדומה יותר לחומר הכלול בתכנית הלימודים.

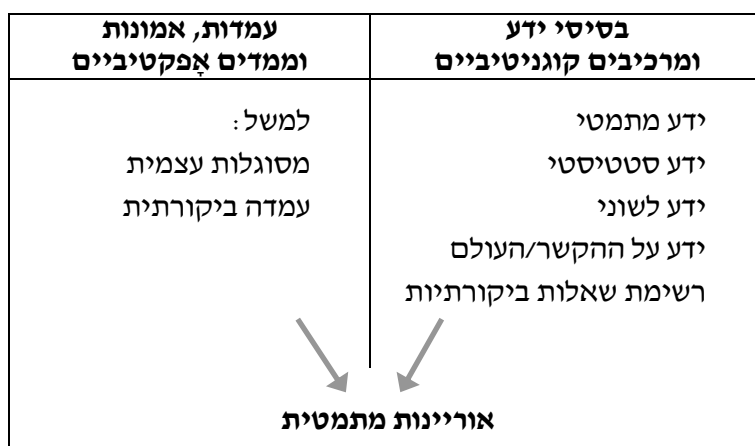
לסיכום: ברור כי מבחני הישגים כגון PISA, TIMSS או PIAAC אינם יכולים להגדיר מטרות חינוכיות רחבות באופן עצמאי; הם אמורים רק לשקף את מידת ההגעה למטרות הנקבעות בידי המערכות והמדינות המשתמשות בהם. עם זאת, ברמת ההגדרה המושגית, התפיסות המיוצגות בהם לגבי אוריינות מתמטית תומכות בתפיסות שהוצגו מוקדם יותר בסקירה הנוכחית – תפיסות הגורסות כי אוריינות מתמטית היא יעד מערכתי הנובע מהציפייה כי מערכות חינוך יכינו תלמידים להשתלבות בסביבות חיים דינמיות ומורכבות הכוללות בין השאר מרכיבים מתמטיים, סטטיסטיים או כמותיים.

מובן כי ההמשגה של אוריינות מתמטית כפי שהוצגה כאן היא רחבה מטבעה, וגבולות המושג אינם מוגדרים בברור. מצב זה משקף את המציאות שממנה צומח המושג: אנשים בגילים שונים וברמות יכולת שונות נדרשים או שואפים לבצע בהצלחה משימות רבות ברמות מורכבות שונות ובמגוון סביבות תפקודיות. נוסף על כך, הסביבה שבה נדרשים אזרחים לתפקד משתנה באופן מתמיד במדינות דמוקרטיות וטכנולוגיות, כולל ישראל. החדירה המהירה של טכנולוגיות שונות לחיי היומיום של ארגונים וספקי שירות ושל אזרחים תורמת לעלייה ביכולתם של אזרחים ועובדים להגיע למידע חיוני ולבצע פעולות שונות, אך בה בעת גם מעלה את הציפיות שמציבים מעסיקים וספקי שירות שונים (ארגונים ציבוריים, ארגונים עסקיים או עמותות) לפני אזרחים ועובדים. בין הדוגמאות לפעולות הנדרשות מאדם מן השורה אפשר למנות איתור עצמאי של מידע כמותי מסוגים שונים באינטרנט, ביצוע השוואות בעלות אופי כמותי (במיוחד השוואות כספיות) בין חלופות שונות באמצעות רשת האינטרנט או אפליקציות סלולריות, חשיפה למקורות באינטרנט המציגים נתונים, כתבות או טיעונים שונים הכוללים מרכיב כמותי, והבעת דעה ביחס למידע או לטיעונים המוצגים במקורות כאלו. התרחבותן המתמדת של האפשרויות לביצוע פעולות כאלה ואחרות או בנחיצותן במצבים שונים משפיעה על המיומנויות הנדרשות מאנשים בוגרים, ולפיכך תורמת ותמשיך לתרום בעתיד הן להרחבת המשגה של האוריינות המתמטית הן לעמימות מסוימת לגבי גבולותיה, ולפיכך לחפיפה מסוימת בינה ובין אוריינות לשונית ואוריינות מחשב.

2. מרכיביה של אוריינות מתמטית

כפי שנטען קודם על בסיס תפיסות שאומצו בידי מדינות OECD והקהילה האירופית, סביבות חיים מורכבות דורשות "כשירויות" (competences) – מושג הכולל במשולב הן מרכיבים קוגניטיביים (ידע ומיומנויות) הן מרכיבים מוטיבציוניים, עמדתיים ורגשיים, אתיים, חברתיים והתנהגותיים. נוסף על כך, כשירות – בכל תחום שהוא – כוללת גם את היכולת לנהל ולתאם את כל המרכיבים או המשאבים האישיים בהתאם לדרישות המצב. בפרק זה נבחנים לעומק רב יותר מרכיביה של אוריינות מתמטית לאור הספרות בנושא. הפרק מאורגן בשלושה חלקים. חלקים 2.1 ו-2.2 מציגים את שני מרכיביה העיקריים של אוריינות מתמטית: (א) בסיסי ידע וכישורים קוגניטיביים; (ב) עמדות, אמונות וממדים אפקטיביים. לכל אחד מהם רכיבי משנה והם פועלים במשולב באופן המאפשר התמודדות יעילה עם משימות חיים הכוללות מרכיב מתמטי או סטטיסטי. מרכיבים אלו מסוכמים בלוח 7, והם מבוססים על המשגות מקובלות של אוריינות מתמטית בהקשרים חינוכיים והערכתיים, שיוצגו בהמשך.

לוח 7: מרכיבים עיקריים של אוריינות מתמטית



יודגש מראש כי הספרות הרלוונטית להמשגת אוריינות מתמטית היא רחבה ביותר, ואין אפשרות לסכם את כולה כאן. לפיכך, הסקירה מתמקדת רק בנושאים נבחרים, במגמה להבליט חלק מייחודה של האוריינות המתמטית ביחס למה שנלמד באופן מסורתי במתמטיקה. בהתאם, חלק 2.3 שלהלן מציג ומנתח מספר דוגמאות מבוססות-מחקר הממחישות את השילוב בין המרכיבים השונים, תוך התמקדות באוריינות סטטיסטית (statistical literacy).

חשוב לציין כי למרות שלכאורה תחום האוריינות הסטטיסטית מכסה רק חלק מהמכלול של אוריינות מתמטית, בפועל ניתוחו תורם לסקירה באופן רחב יותר שכן אוריינות סטטיסטית משלבת באופן טבעי מספר היבטים נפרדים של אוריינות מתמטית, כגון: שימוש באחוזים ובמושגים פרופורציונליים שונים כחלק ממידע על מגמות בחברה או על גורמי סיכון והסתברות, הבנת מידע מספרי מורכב בצורה ויזואלית, איתור תבניות בנתונים והתאמת מודלים לנתונים, פירוש ביקורתי של טיעונים כמותיים ומידע כמותי המוצגים בערוצי מדיה שונים, וניהול תקשורת בכתב ובעל-פה לגבי מידע כמותי.

2.1 בסיסי ידע וכישורים קוגניטיביים

המושג "בסיסי ידע וכישורים קוגניטיביים" הוא רחב וחובק את הידע ואת התהליכים החשיבתיים הנדרשים כדי להתמודד עם משימות חיים או עם מטלות פונקציונליות שונות הכוללות מרכיב מתמטי, סטטיסטי או כמותי, דוגמת אלה שתוארו בפרק הקודם. בשני העשורים האחרונים התפתחה בהדרגה החשיבה לגבי מרכיביה של האוריינות המתמטית, הן בעקבות עבודות מושגיות ומחקרים בהקשר חינוכי הקשור לתלמידי בתי ספר (Kilpatrick, 2001) או ללמידת מבוגרים (Ginsburg, Manly & Schmitt, 2006) הן כתוצאה מתהליך תכנון של תכניות הערכה בינלאומיות (PIAAC numeracy expert group, 2009). חוקרים ומומחים אחרים התמקדו בתחומי-משנה הקשורים במידה זו או אחרת לאוריינות מתמטית, ובפרט בתחומי האוריינות הסטטיסטית (כולל נתונים והבנתם, ומושגי הסתברות; למשל: Gal, 2002a; Watson 2006; Utts, 2003) והאוריינות הכמותית במובן הרחב יותר (Frankenstein, 1989). על בסיס מקורות אלו ורבים אחרים (למשל: Dossey, 1997; Steen, 1990, 1997; Gal, van Groenestijn, Manly, 2006; Neidorf, Binkley, Gattis & Nohara, 2005; Schmitt & Tout, 2005) מצביעה סקירה זו על קיומם של חמישה בסיסי ידע וכישורים קוגניטיביים, הרשומים בחלקו הימני של לוח 7, ומתוארים להלן.

א. ידע מתמטי. מקורות רבים מגדירים בסיסי ידע הקשורים ל"רעיונות הגדולים" (big ideas) במתמטיקה, אשר הבנתם נדרשת הן מתלמידים הלומדים מתמטיקה הן מאנשים בוגרים. חלוקה אפשרית אחת שלהם היא כדלקמן:

- מספר וכמות (quantity, number sense, number operations);
- מרחב, צורה ומדידה (measurement, dimension, shape, space);
- תבניות, מודלים, אלגברה (algebra, patterns, change, modelling, functions);
- סטטיסטיקה, ארגון וניתוח נתונים, אי-ודאות (statistics, data, chance, uncertainty).

תחומים אלו, במינוחים שלמעלה או בחלוקה שונה במקצת, מופיעים בפרסומים של ממשלות וגופים ציבוריים, אשר מתארים ידע מתמטי הנדרש מבוגרי בתי ספר. למשל, הסטנדרטים של האגודה הלאומית למורים למתמטיקה בארצות הברית (NCTM, 1989, 2000) התמקדו בחמישה תחומי תוכן של ידע מתמטי: number sense, properties, and operations; measurement; geometry and spatial sense; data analysis, statistics, and probability; algebra and functions. הסטנדרטים החדשים להוראת מתמטיקה וללמידתה שאומצו ב-2010 בידי מושלי המדינות בארצות הברית (CCSS; Common Core)¹⁰ (State Standards) ממשיכים להתייחס לתחומים אלו, ומקדישים תשומת לב נרחבת יותר לנושאים הקשורים לאלגברה ולהבנת מודלים מתמטיים. התייחסות לתחומים דומים מופיעה בתכנית הלימודים הלאומית החדשה שפורסמה באוסטרליה (Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority, 2011) ובמדינות מערביות רבות אחרות.

רעיונות דומים לגבי תחומי התוכן העיקריים הנדרשים כחלק מ"אוריינות מתמטית" מקובלים במסגרות מושגיות המתייחסות להוראת מתמטיקה לאנשים בוגרים כחלק מהשלמת השכלה או למסגרות של למידה במהלך החיים (lifelong learning), בארצות הברית למשל (Ginsburg et al., 2006). במקביל, תחומי תוכן אלו, בשינויי ניסוח מסוימים, מופיעים גם במסגרות המושגיות שאימצו מדינות OECD לגבי מדידת אוריינות מתמטית הן ביחס לתלמידים (תכנית PISA) הן ביחס לבוגרים (תכנית PIAAC).

תיאור תמציתי בעברית של ארבעת תחומי התוכן העיקריים הכלולים באוריינות מתמטית לפי מודל מבחני PISA (גירסת 2006) מופיע באתר משרד החינוך,¹¹ ולפיכך לא אציג אותו כאן שנית, אך אני מציע לקורא לעיין בו. מודל זה מתייחס לארבעה תחומי ידע ומיומנויות: *כמות, צורות במישור ובמרחב, השתנות ויחסים, אי-ודאות*. (יש לשים לב כי תיאור זה אינו מציג באופן מפורש את התחומים הקרויים measurement או dimension ומתייחסים להבנה ולשימוש במידע כמותי ומרחבי [המייצג מערכות מדידה שונות הקשורות לכספים, משקל, נפח, מהירות, וכדומה] ולשימוש במידע כזה, ליכולת לעבוד עם ייצוגים חליפיים במערכות מדידה שונות, ליכולת להבין או לבצע אומדנים לגביהם, ועוד).

תהליכים תומכים. מעבר לידע התוכני בתחומים השונים של המתמטיקה, מודלים ידועים של אוריינות מתמטית מניחים כי נדרש לפתח גם מספר "תהליכים תומכים" (Enabling processes),

¹⁰ http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf

¹¹ http://cms.education.gov.il/EducationCMS/Units/Tochniyot_Limudim/Math_Chataav/OryanutMath/Madal/Mavo.htm

הקשורים לפתרון בעיות, ליכולת הבנה של ייצוגים שונים ולמעבר ביניהם, להבנת הקשרים בין הידע בתחומי התוכן השונים בתוך המתמטיקה ומחוצה לה, לשליטה בתהליכים חישוביים וטכניים שונים, ועוד. הצהרה עדכנית ותמציתית בנושא ניתן למצוא בהמלצות של Common Core State Standards במתמטיקה בסעיף העוסק בתחומי הידע שאותם מוטל על מורים למתמטיקה לשאוף לפתח (CCSS 2010:6):

The *Standards for Mathematical Practice* describe varieties of expertise that mathematics educators at all levels should seek to develop in their students. These practices rest on important “processes and proficiencies” with longstanding importance in mathematics education. The first of these are the NCTM process standards of problem solving, reasoning and proof, communication, representation, and connections. The second are the strands of mathematical proficiency specified in the National Research Council’s report *Adding It Up*: **adaptive reasoning**, **strategic competence**, **conceptual understanding** (comprehension of mathematical concepts, operations and relations), procedural fluency (skill in carrying out procedures flexibly, accurately, efficiently and appropriately), and **productive disposition** (habitual inclination to see mathematics as sensible, useful, and worthwhile, coupled with a belief in diligence and one’s own efficacy)

התפיסות הבאות לביטוי בהמלצות CCSS לגבי חשיבותם של תהליכים תומכים כאלה מבוססות בחלקן הגדול על עבודה מוקדמת של קילפטריק (Kilpatrick, 2001), הנתמכת במחקרים מגוונים המתוארים בפרסומים של National Research Council ושל גורמים אחרים בארצות הברית כגון NCTM. תפיסות דומים לגבי “התהליכים התומכים” מופיעות גם במסגרות הקונצפטואליות לגבי הידע הנדרש מבוגרים הלומדים מתמטיקה וגם במסגרות שאימצו מדינות OECD לגבי מדידת אוריינות מתמטית בתכניות הערכה רבות היקף הן ביחס לתלמידים (תכנית PISA) הן ביחס לבוגרים (תכנית PIAAC). אך ראוי להפנות את תשומת לב הקורא לכך שהמרכיב האחרון המצוין למעלה כחלק מ”התהליכים התומכים”, הקרוי בהכללה productive dispositions, מתייחס להיבטים עמדתיים ואחרים אשר בהקשר של תפקוד אורייני-מתמטי מחוץ לכיתת הלימוד הם מורכבים וחשובים יותר מאשר בהקשר של למידת מתמטיקה בבתי ספר. נושא זה מוסבר ביתר הרחבה בתת-פרק נפרד בהמשך.

באופן כללי, נראה כי הדעה הרווחת בספרות המקצועית גורסת כי בסיסי הידע של האוריינות המתמטית ורוב “התהליכים התומכים” הקשורים לה דומים לאלה הנדרשים ללמידת מתמטיקה. עם זאת, הספרות לגבי תפקוד מתמטי של מבוגרים, כולל זו העוסקת באופן שבו עובדים במקומות עבודה שונים משתמשים בידע מתמטי (Hoyle et al., 2002; Fitzsimons, 2005) ובאופן שבו מיישמים אזרחים “מתמטיקה בחיי היומיום” (Everyday mathematics; Nunes, 1992; Civil, 2002), מראה כי במקרים רבים ביטוייה של מתמטיקה בחיי האדם הבוגר הם פחות פורמליים (למשל, מעורב בהם פחות שימוש במינוח מתמטי מפורש או בנוסחאות המערבות סימבוליקה מעין זו המופיעה בספרי לימוד). לעומת זאת יש בספרות המקצועית התייחסות נרחבת לשאיפה כי האדם הבוגר יבין את ה”רעיונות הגדולים” ואת ביטוייהם או משמעויותיהם בהקשרים תפקודיים ספציפיים, ויהיה מסוגל לתת להם ייצוגים לשוניים או חזותיים ולנהל תקשורת לא-פורמלית שכלול בה מידע מתמטי. הספרות בתחום גם מצביעה על כך שבהקשרים תפקודיים ספציפיים (כגון עבודה בתחום מסוים) משתמשים אנשים שימוש נרחב

באסטרטגיות חשיבה גמישות ולא-פורמליות (informal mental strategies), שאותן ממציא האדם לפי הצורך בהתאם לדרישות ההקשר, לרמות הדיוק הנדרשות, ועוד.

ב. ידע סטטיסטי. כפי שצוין בסעיף הקודם, הנושאים הסטטיסטיים הכלולים בתכנית הלימודים נחשבים כאחד מתחומי המתמטיקה. בסקירה זו "ידע סטטיסטי" מוצג כמרכיב נפרד של אוריינות מתמטית, ולא כחלק מ"ידע מתמטי", היות שמומחים רבים טוענים כי קיימים הבדלים חשובים בין מתמטיקה לסטטיסטיקה ובין צורת חשיבה מתמטית לצורת חשיבה סטטיסטית (Moore & Cobb, 2000; Watson, 2006). חשיבה סטטיסטית אמנם מחייבת שימוש במושגים ובכלים מתמטיים, אך היא מערבת גם מרכיבי ידע נוספים וצורות חשיבה אחרות. ראוי להתייחס בנפרד לשני התחומים המרכזיים של הסטטיסטיקה: "ארגון וניתוח נתונים" (data-analysis), ו"הבנת הסתברות ואי-ודאות" (chance, probability). אף על פי ששניהם מתוארים כמרכיבי-משנה של אותו תחום ברוב תכניות הלימוד במתמטיקה בישראל ובמדינות אחרות, בפועל הם נלמדים בנפרד, בשיטות הוראה שונות, והזיקה ביניהם בבית הספר היא חלקית בלבד. עם זאת, לשניהם ביטויים רבים בחיי האדם הבוגר – חלקם הודגם בפרק הקודם.

בהתייחס ל"ארגון וניתוח נתונים" – משימות החיים שהאדם הבוגר עשוי להיות מעורב בהן, כגון הבנת מידע המופץ לגבי תוצאות סקרים ומחקרים שונים כמודגם בלוח 2, אינן מחייבות בהכרח יכולת טכנית לביצוע ניתוח סטטיסטי (אם כי נדרשת לעתים יכולת לחשב ממוצעים או אחוזים). לעומת זאת, הן דורשות ידע מקיף יותר הכולל הכרת גישות עיקריות לאיסוף נתונים (כגון סקר, ניסוי, שימוש בדגימה אקראית או בקבוצות ניסוי וביקורת), הבנת דרכים לניתוח הנתונים העולים מגישות כאלה ולדיווח על ממצאים (כגון שימוש בממוצע, חציון, תצוגות גרפיות או טבלאות, חישוב טעות דגימה), הבנת מסרים שעשויים להשתמע מתוך המסקנות העולות מאותן דרכים לאיסוף נתונים (למשל קיום קשר בין משתנים או הבדל בין קבוצות), ומודעות למגבלות השונות המשפיעות על טיב המידע שנאסף ועל פרשנויות אפשריות שניתן להעלות לגביו (למשל קיומו של מדגם קטן או לא-מייצג, העדר קבוצת ביקורת).

בהקשר זה, להלן כמה דוגמאות לידע סטטיסטי המערב מושגים ורעיונות שהם מעבר להבנה מתמטית או למיומנות פרוצדורלית גרידא (Gal, 2002a; Utts, 2003; Garfield & Ben-Zvi, 2007):

- הבנת תרומתם של גורמים שונים (ניסוח שאלות, רצייה חברתית, וכו') להטיית ממצאים;
- יתרונות וחסרונות של תהליכי דגימה מסוגים שונים (למשל דגימה הסתברותית, דגימת נוחות) והשלכותיהם על טיב הממצאים, על רמת הביטחון במשמעותם ועל יכולת ההכללה מתוצאותיהם לכלל האוכלוסייה, והבנת מגבלות הייצוגיות במדגמים קטנים;
- השלכות שיטת המחקר על מסקנות המחקר האפשריות, למשל, מודעות להבדל שבין סקר (survey) לניסוי (experiment) מבחינת היכולת של כל אחד מהם לשלול הסברים חלופיים לממצאים שונים;
- הבנת ההבדל בין מובהקות סטטיסטית (statistical significance) למשמעות פרקטית (practical significance), ומודעות לכך שהבדלים קטנים בין קבוצות עשויים להיות מובהקים סטטיסטית במדגמים גדולים, אך עם זאת הם נעדרים משמעות של ממש – מבחינת השפעה על החלטות, למשל;
- הבנת המשמעות של קיום "קשר" בין משתנים וההבדל בין קיומו של קשר ובין היכולת להוכיח השפעה סיבתית בין משתנים (correlation vs. causation).

חלק מהנושאים הללו נכלל גם בהמשגה של אוריינות מדעית ומופיע במיפוי הבסיסי של כישורים הנדרשים מאזרחים בעולם מדעי-טכנולוגי (Rutherford & Ahlgren, 1990), אולם חלק מהם אינו כלול בתכניות לימוד במדעים. אלו לרוב אינן מתייחסות לביצוע של סקרים או להבנת משמעות תוצאותיהם, אלא מדגישות יותר היבטים נבחרים של ביצוע ניסויים על קבוצות ניסוי וביקורת.

היבט נפרד וחשוב של הידע הסטטיסטי הוא הבנת נושאים הקשורים להסתברות, אי-ודאות וסיכון, אשר מספר דוגמאות לגביהם ניתנו בפרק 1 בהקשר של הבנת מושגים פיננסיים, בריאותיים-רפואיים, ועוד. תחום זה מחייב תשומת לב נפרדת, הן לאור ההבדלים בין המושגים, הייצוגים המספריים ואוצר המונחים בשפת היומיום הכלולים בו בהשוואה לאלו הנכללים בתחום של ארגון וניתוח נתונים (Gigerenzer, Gaissmaier, Kurz-Milcke, Schwartz, & Woloshin, 2008), הן בגלל התהליכים הפסיכולוגיים המעורבים בלמידה ובהבנה של רעיונות בתחום ההסתברות, בשל המתח הקיים בין אינטואיציות וכשלי חשיבה ובין הידע הפורמלי בתחום, ועוד (Greer, 2003; Jones, Langrall, & Mooney, 2007). ניתוח של בסיסי הידע הנדרשים להבנת מסרים הסתברותיים העולים בחיי היומיום (probability literacy) מתייחס למספר מרכיבי ידע עיקריים (Gal, 2004) המוצגים בחלק העליון של לוח 8. דוגמה נרחבת יותר להופעה של מידע הסתברותי בחיי היומיום ולבסיסי הידע הנדרשים להבנתו מוצגת בהמשך בתחילת סעיף 3.1, ובה ניתנת גם הרחבה לגבי ידע נוסף הנדרש בתחום ההסתברותי.

לוח 8: בסיסי ידע ומרכיבים עמדתיים בתחום של אוריינות הסתברותית (Gal, 2004:51)

Knowledge elements

1. *Big ideas*: Variation, Randomness, Independence, Predictability/Uncertainty.
2. *Figuring probabilities*: Ways to find or estimate the probability of events.
3. *Language*: The terms and methods used to communicate about chance.
4. *Context*: Understanding the role and implications of probabilistic issues and messages in various contexts and in personal and public discourse.
5. *Critical questions*: Issues to reflect upon when dealing with probabilities.

Dispositional elements

1. *Critical stance*.
2. *Beliefs and attitudes*.
3. *Personal sentiments regarding uncertainty and risk (e.g., risk aversion)*.

ג. ידע לשוני. המונח "ידע לשוני" עשוי להתפרש בדרכים שונות, ולכן חשוב להבהיר מה משמעותו בהקשר של הסקירה הנוכחית. כרקע, נציין כי הספרות העוסקת בחינוך מתמטי מדגישה כיעדים הוראתיים חשובים (NCTM, 2000) את היכולת להציג מחשבות ורעיונות בשפה מתמטית ברורה ותמציתית, ובאופן רחב יותר את היכולת לתקשורת מתמטית (mathematical communication). בהקשר זה נציין כי הספרות המקצועית והמחקרית מפנה בשנים האחרונות תשומת לב גוברת לחשיבותו של *שיתוף מתמטי* (mathematical discourse) כמרכיב חיוני בתהליך הלמידה בכיתה המתמטיקה (Cross, 2009), ומתארת קשיים העולים במהלך למידת מתמטיקה אצל תלמידים ששפת האם שלהם שונה משפת ההוראה – מצב אופייני בחלק מכיתות הלימוד בישראל. לפיכך, תפיסות עכשוויות לגבי הוראת

מתמטיקה דורשות ממורים להקדיש תשומת לב להיבטים לשוניים ותקשורתיים שונים, ומצביעות על הצורך לכלול התייחסות מספקת להיבטים אלו בחומרי ההוראה הרלוונטיים.

אולם בסקירה זו, ההתייחסות ל"ידע לשוני" כאחד ממרכיביה של אוריינות מתמטית מפנה את הזרקור להיבטים נוספים, לאור העובדה שטקסטים הם מרכיב אינטגרלי של סביבות התפקוד שאיתן צריכים להתמודד אזרחים, לקוחות ועובדים. בפרק 1 הבהירה הסקירה כי מטלות רבות, כגון קריאת עיתון והבנת תמונת המצב בתחומים שונים קריאת חשבונות ומאזנים, פירוש תוצאות של בדיקות רפואיות, השתתפות בייעוץ פיננסי/גנטי/רפואי וכדומה, מחייבות פענוח והבנה של טקסטים או מלל (הנאמר בעל פה) שבהם משולב מידע כמותי והסתברותי, כגון מידע לגבי סיכונים ותוצאות לוואי, תרחישים כספיים, ועוד (להדגמות מגוונות ראו Paulus, 1995, 1998). לפיכך, ההתמודדות עם משימות חיים הכוללות מידע כמותי דורשת ידע לשוני שונה מזה הנדרש בשיח המתמטי בכיתה.

להלן יוצגו שלושה היבטים שונים של התלות שתלויה אוריינות מתמטית בידע לשוני. ההיבט הראשון קשור לכך שמידע מתמטי מועבר לעתים קרובות בעולם באמצעות טקסטים, בשני אופנים שונים (Gal, 1999). ראשית, לעתים מידע מתמטי מוצג רק דרך טקסט, כלומר המילים מעבירות את המסר המתמטי (למשל "העיתון הנפוץ במדינה", "אפס אחוז צמיחה", "רוב עצום", "ריכוז נמוך", "שיפור בציון הממוצע"). שנית, מידע מתמטי או סטטיסטי, בין אם הוא מועבר באמצעים מספריים ובין אם בטקסט, עשוי להיות מוטמע בתוך סביבה טקסטואלית שאינה מכילה מידע מתמטי או סטטיסטי אך מספקת מידע הכרחי על ההקשר שאליו מתייחס המידע המתמטי, והיא המפתח להבנת משמעותו.

להמחשת שני היבטים חשובים אלו של המרכיב הלשוני של האוריינות המתמטית, נביא להלן שני ציטוטים מהכתבה "מתקרבת ל-50? לכי הביתה", אשר פורסמה במקור בעיתון ידיעות אחרונות במאי 2011.¹² כתבה זו עוסקת בסוגיה עכשווית, מורכבת ושנויה במחלוקת, המשפיעה על חיי אזרחים רבים בישראל: העלאת גיל הפרישה לנשים. אנו יוצאים מנקודת הנחה כי חשוב שבוגרי מערכת החינוך יהיו מסוגלים להבין רעיונות המוצגים בשיח הציבורי בנוגע לנושאים חיוניים מסוג זה באמצעי התקשורת או בכל הקשר חברתי אחר, לגבש דעה לגביהם ולתקשר בעניינם:

"מסקר שערך השנה משרד התמ"ת עולה כי 80% מהמעסיקים מודים שיש אפליה נגד מבוגרים. נשים חשופות לה יותר, בשל האפקט המצטבר של הגיל והמגדר".

"תוכנית הממשלה חושפת את כוונותיה האמיתיות: לא ברצינות לקדם שוויון לנשים, אלא לחסוך תשלום דמי פנסיה ולצמצם את הגרעונות של הקרנות הותיקות. הגרעונות נוצרו בשל העליה בתוחלת החיים, פתרונות פנסיוניים לעולים חדשים ואופן ניהול הקרנות – אז מה פתאום שהם יוטלו על כתפי הנשים?"

בציטוט הראשון עולה תחילה הערך "80%" (כלומר מידע כמותי המועבר באמצעי מספרי, לא לשוני), אולם לב הטיעון בציטוט זה הוא במשפט השני, שבו מוצג רעיון מורכב יותר הקשור למגמות יחסיות ושולבים בו גורמים שחלקם בעלי השלכות מתמטיות. עם זאת, הטיעון במשפט השני מוצג תוך שימוש במילים לא מתמטיות ("חשופות", "אפקט מצטבר"). בציטוט השני מוצג טיעון מורכב יותר, שבו משולבים בזה אחר זה מספר רעיונות כמותיים שונים. גם כאן, הטיעון מוצג תוך שימוש במונחים לשוניים או בצירופים שאינם מופיעים בשיח המתמטי הרגיל או בספרי לימוד (למשל "לחסוך תשלום",

¹² הכתבה נכתבה בידי עו"ד טלי ניר מהאגודה לזכויות האזרח בישראל, ונוסח מלא שלה מופיע בלינק: <http://democracy-project.org.il>

"עליה בתוחלת החיים", "לצמצם את הגרעונות"). בשני הציטוטים, הטקסט מספק מידע נוסף על ההקשר – מידע שבלעדיו קשה להבין את המידע הכמותי או להתייחס אליו בצורה ביקורתית.

היבט שני של תלותה של אוריינות מתמטית בידע לשוני קשור לסוגיה שזכתה לתשומת לב בקרב העוסקים בחינוך מתמטי וסטטיסטי (למשל Watson & Kelly, 2008) – הצורך של הקורא (ושל התלמיד) לגשר בין השפה הדבורה ובין השפה הכתובה, ולבחור בין ריבוי משמעויות של מילים או מונחים שונים העשויים להביע הן משמעויות מתמטיות (טכניות) הן משמעויות אחרות (למשל "קשר", "יחס", "הבדל", "אקראי/מקרי"). יתרה מזו; הקורא טיעונים מתמטיים באמצעי התקשורת נדרש להתמודד עם מבנים לשוניים מגוונים הנובעים משימוש היצירתי בשפה של מחברים בעולם האמיתי, בניגוד לשיח המדויק והחסכוני הננקט בספרי לימוד למתמטיקה. אחד הציטוטים למעלה ממחיש סוגיה זו בכך שהוא משתמש במונח "חשופות", אשר רק אחת ממשמעויותיו היא גם מתמטית, ואליה מתייחסת הכתבה. דוגמה נוספת מופיעה בלוח 2: "אמנם המורים יקבלו תוספת שכר משמעותית, אך מדובר בתשלום עבור שעות נוספות שיחוייבו לעבוד ולא בתוספת שכר לבסיס, ולכן בפועל יש אפילו פגיעה בערך השעה". לב הטיעון הוא בצירוף "פגיעה בערך השעה" בסופו, אך הן "פגיעה" הן "ערך" מספר משמעויות שונות, לא כולן מתמטיות, ובלבול לגביהן עשוי לשבש או למנוע את הבנת המשמעות המתמטית העומדת מאחורי המשפט, המצביע ("בתרגום" לעברית קלה יותר) על ירידה בשכר הממוצע לשעה.

היבט שלישי של תלותה של אוריינות מתמטית בידע לשוני קשור לאוריינות מסמכית (document literacy) – מושג שהוצג בתת-פרק 1.2א' ומתייחס ליכולת לקרוא ולפרש טקסטים לא-רציפים הרווחים במגוון הקשרים תעסוקתיים, וכן באמצעי תקשורת מסוימים. קריאה כזו דורשת בין השאר יכולת לנווט בתוך מרחבי מידע הכוללים טבלאות המכילות מספרים או ייצוגים גרפיים/ויזואליים המאורגנים לרוב בשורות ובטורים או במבנה לא-ליניארי אחר, ובהם מתאחדים לכלל יכולת אחת המרכיב המתמטי והמרכיב הלשוני. כפי שהציגו קירש ומוזנטל במספר עבודות (Kirsch & Mosenthal, 1990; Kirsch, 1998; Jungblut & Mosenthal, 1998), קריאת טבלאות וגרפים מערבת מכלול הייררכי של תהליכים קוגניטיביים הנעשים מורכבים יותר ככל שהתצוגה המדוברת כוללת מידע רב יותר או שהבנתה דורשת התייחסות לטקסט נפרד ותומך. על פי רוב אין התהליכים הקוגניטיביים הנדרשים לשם קריאת טבלאות וגרפים נלמדים לעומק בחינוך מתמטי או סטטיסטי (Sheehan-Holt & Smith, 2000), ולפיכך גם אנשים המסוגלים לקרוא טקסט שגרתי (פרוזה) ללא קשיים מיוחדים, עשויים להתקשות בהבנת המשמעות של מידע כמותי המאורגן במסמכים לא-ליניאריים. דוגמאות מחקריות הממחישות תופעה זו מוצגות בתת-פרק 2.3 בהמשך.

ניתוח קצר זה מוביל למסקנה כי הדרישות התפקודיות שמעמידות משימות חיים שאיתן מתמודדים אנשים בוגרים מחייבות ידע לשוני ויכולת קריאה ופירוש של טקסטים (הן פרוזה הן טקסט לא-ליניארי) כמרכיב אינטגרלי של אוריינות מתמטית. אולם אין מדובר בידע לשוני ג'נרי בלבד, אלא בידע שהוא ספציפי או מותאם לעולם המתמטי/סטטיסטי, וכולל שליטה באוצר מילים רחב מזה המוקנה בכיתה לימוד מתמטית רגילה, יכולת לפענח טקסטים ברמות דחיסות שונות ולקראם באופן ביקורתי, ועוד.

כמובן, יכולת לשונית כוללת מרכיבי-משנה רבים נוספים, כגון הבנת הנקרא, יכולת ביטוי בכתב ובעל-פה, ועוד. לא נרחיב את הדיבור לגביהם בסקירה זו, בשל מגבלות מקום ולאור העובדה שניתן

למצוא הסברים נוספים הקשורים לאוריינות במקורות רבים, כולל סקירות נפרדות שהוגשו ליזמה למחקר יישומי בחינוך (למשל: בנארי ונויגרטר, 2009; בן-סימון, 2011).

ד. ידע הקשרי / ידע על העולם (contextual knowledge). רמה גבוהה של אוריינות מתמטית דורשת ידע על ההקשר או על הסביבה החיצונית שבה נערכת ההתמודדות עם משימת חיים כלשהי. ידע הקשרי זה נדרש כדי לאפשר שני תהליכים נפרדים אך קשורים זה לזה: מתן משמעות למספרים או למידע המתמטי הקיים בסביבה תפקודית מסוימת, וניהול המשימה (Beswick, 2011).

נתייחס תחילה לתרומת ההקשר למשמעות המידע המתמטי הקיים בסביבה תפקודית מסוימת. בכיתת המתמטיקה בחטיבת הביניים או בתיכון יש לעתים קרובות דגש על למידה של מניפולציות מתמטיות (למשל, מניפולציות המיושמות על מספרים) או של חוקים ועקרונות המתמטיים לישויות מופשטות (למשל עקרונות לחישוב אחוזים, נוסחה לחישוב ממוצע, נוסחה להוצאת שורש ריבועי, וכו'), אולם בעולם שמחוץ לבית הספר, מספרים ומידע כמויות מעוגנים תמיד בהקשר חיים קונקרטי. למידע כמויות אין משמעות כלשעצמו; ההקשר שממנו הוא נובע מעניק לו את משמעותו. למשל, דוגמאות 3 ו-4 בלוח 2 מתייחסות לאותו ערך מספרי, 160:

- הם לא צריכים לשבות: 160% תוספת לרבני ערים.
- באל-על רשמו ברבעון הראשון הפסדי עתק של 42.9 מליון דולר, גידול של 160% ביחס לרבעון המקביל אשתקד.

בדוגמאות אלו לא ניתן לפרש את הביטוי 160% כפשוטו, ללא התייחסות להקשר שבו הוא משולב. קריאת הטקסט באופן צר אינה מספקת, שכן בשתי הדוגמאות יש שימוש במילים נרדפות לכאורה בצימוד למספר 160% ("תוספת", "גידול"), ולכן שני הערכים עשויים להיראות דומים מבחינת המגמה המתמטית שהם מייצגים. רק עיון מקיף יותר בטקסט מלמד על ההקשר המלא שבו מעוגנים המספרים, וממנו עולה כי בדוגמה הראשונה מדובר על עלייה (שכר גבוה יותר), ואילו בשנייה מדובר על ירידה (יותר כסף נעלם מהמערכת). אך ההבדל בין ההקשרים עמוק אף יותר, ולפיכך המשמעות של 160% שונה עוד יותר בשתי הדוגמאות. במקרה הראשון מדובר על תוספת קבועה המשפיעה על גובה השכר במשך כל השנה, ואילו בשנייה מדובר על שינוי של 160% ברבעון בלבד; כדי להבין את משמעות הנתונים על הקורא לדעת שארגונים מדווחים על מאזנם הכלכלי בסוף כל רבעון, ואי לכך התמונה עשויה להשתנות בהמשך השנה.

מלבד זאת, ידע על ההקשר נדרש כדי לתת משמעות רחבה יותר למידע המוגש לאזרח, בהקשר שבו הוא עשוי לכלול במשולב מידע מתמטי ולא-מתמטי. הדבר בא לידי ביטוי בדוגמה 7 בלוח 2:

- מנכ"ל חברת פז אמר אתמול כי בארבעת החודשים הראשונים של השנה 'ניתן לראות 0% צמיחה בבנוזין וירידה של 2% בביקוש לסולר'. המשמעות של אפס אחוז צמיחה היא למעשה ירידה בצמיחה, כיון שמספר כלי הרכב בישראל ממשיך לעלות.

למושג "אפס אחוז צמיחה" בדוגמה זו אין ייצוג מתמטי "נקי" הקיים בנפרד מהטקסט, ואת משמעותו ניתן להבין רק מהבנת ההקשר של שאר המשפט, המתייחס למציאות חיצונית שבה מספר כלי הרכב במדינה משתנה כל הזמן, שבה כלי רכב צורכים דלק, שבה יש הבדל בין סוגי כלי הרכב הצורכים בנוזין לעומת אלה הצורכים סולר, וכו'.

נתייחס כעת להיבט נוסף של ההקשר (שבתוכו קיים גם מידע מתמטי) – *חשיבותו כבסיס לתהליך ניהול המשימה* – דרך התייחסות לשתי השאלות הבאות :

שאלה 1: המרחק בין חיפה לתל אביב הוא 100 ק"מ. מכונית נוסעת במהירות של 80 ק"מ לשעה. תוך כמה זמן תגיע מחיפה לתל אביב?

שאלה 2: כמה זמן ייקח לי להגיע מחיפה לתל אביב? (המרחק בין חיפה לתל אביב הוא 100 ק"מ).

שאלה 1 היא נוסח אופייני לשאלות שעמן נדרשים תלמידים להתמודד בכיתת מתמטיקה בחטיבת הביניים. שאלה זו מעוגנת אמנם בהקשר אמיתי, אך אין צורך במידע כלשהו על ההקשר כדי לענות על השאלה, שכן כל המידע הנדרש כלול בבעיה המוצגת. שאלה 2 מציגה ניסוח דומה, אולם היא מדגישה את הבעיה האמיתית שאיתה מתמודדים נהגים במציאות – אומדן זמן נסיעה בתנאי אי-ודאות. כדי לענות על שאלה אותנטית כזו נדרש ידע רב על ההקשר: האם יש דרכים חלופיות שבהן אפשר להגיע לאותו יעד, מה המהירות המותרת בקטעים שונים של הדרך (שטחים בנויים, בין-עירוניים וכו'), היכן יש פקקים, מה היקפם ובאילו שעות של היום ההסתברות להתהוותם גדולה יותר, כמה רמזורים יש בדרך, האם הנהג מוכן להסתכן בנסיעה במהירות שהיא מעבר למותר על פי חוק, האם יש מגבלות תקציביות לעלות הכוללת של הנסיעה (באיזו מידה חשוב לחסוך בדלק ולכן לנסוע לאט יותר? האם אפשר לנסוע בכביש אגרה?), ועוד. העלאת שאלות משנה כאלו ואחרות, אשר במקרה הנוכחי רובן בעלות משמעות מתמטית, היא הכרחית ומהווה חלק בלתי נפרד מהתמודדות מוצלחת עם משימת חיים אמיתית, והיא מחייבת הבנה מעמיקה של ההקשר.

הספרות העוסקת בחינוך מתמטי ובאוריינות מתמטית אכן הקדישה תשומת לב לא-מבוטלת, עיונית ומחקרית, לחשיבותו של ההקשר לתהליכי למידה והוראה (Cobb, 1986). ההקשר מהווה חלק מרכזי של התשתית המושגית אשר פותחה בהולנד לגישת Realistic Mathematics Education המזוהה עם משנתו של פרוידנטל, והוא מצוין רבות בדיונים על החשיבות הנודעת לעיגון תהליכי למידה במתמטיקה או בסטטיסטיקה בהקשר אותנטי ביחס לפיתוח כישורים פונקציונליים שונים (Dierdorp, Bakker, Eijkelhof & van Maanen, 2011). אולם חשוב להדגיש כי פרק זה אינו מתייחס לחשיבות ההקשר בתהליכי למידה במתמטיקה, אלא למהותם של בסיסי הידע הנדרשים להתמודדות מוצלחת עם משימות חיים בעלות מרכיב מתמטי. כוונת הניתוח למעלה להוביל לקביעה נפרדת, המודגשת רבות בספרות המחקרית הנרחבת על "out-of-school mathematical practices" בכלל (Resnick, 1987) ועל התנהגות מתמטית במקומות עבודה בפרט (Masingila, Davidenko & Prus-Wisniewska, 1996): כדי להתמודד עם משימות חיים בעלות מרכיב מתמטי, נחוץ לאדם הבוגר ידע רב על ההקשר. ידע כזה נחוץ, למשל, כדי שהאדם יוכל לקבוע איזה מידע צריך לאסוף או להביא בחשבון, באיזו רמת דיוק רצוי לפתור את הבעיה, ועוד. נמצא כי ידע הקשרי משפיע על הבחירה בדרך ההתמודדות עם הבעיה, על רמת הביטחון בפתרון שהתקבל, ועוד (Beswick, 2011; Meany, 2007). לפיכך, ידע הקשרי הוא חלק בלתי נפרד מאוריינות מתמטית.

ה. רשימת שאלות ביקורתיות. כפי שהוצג בפרק 1, קיימת ציפייה כי מערכות חינוך יכינו אזרחים לחיים אפקטיביים בחברה דמוקרטית, שבה נדרש האזרח לעתים קרובות להיות מסוגל לפעול כצרכן ביקורתי ומושכל של מידע כמותי. הצורך בביקורתיות נובע משתי סיבות שונות: ראשית, גורמים שונים

(מפרסמים, ארגונים עסקיים, גורמים פוליטיים, עמותות, ועוד) עשויים להשתמש בצורה מגמתית בנתונים סטטיסטיים או כמותיים לשם קידום מסקנות המשרתות את ענייניהם (King, 2010). שנית, גורמים חסרי הכשרה מקצועית מספקת (עיתונאים, פוליטיקאים, מנהלים וכדומה) עשויים להשתמש בצורה חסרת זהירות או שגויה בנתונים שונים או להציג טיעונים מוטים שאינם מבוססים על מידע אמין. דוגמאות אפשריות למצבים כאלה הן הסקת השפעה סיבתית ממידע לגבי מתאמים בין תופעות, הצגת תוצאות ממדגם קטן כמייצגות את כלל האוכלוסייה, ועוד.

במסגרת הדיון על נחיצותה של יכולת חשיבה ביקורתית על מידע כמותי, מקורות שונים טוענים כי הגבה ביקורתית למסרים כמותיים דורשת הכרת השאלות המרכזיות שיש לשאול כדי לברר את טיבם של בסיסי המידע למסרים כמותיים שונים, בהנחה כי שאלות כאלה אינן מובנות מאליהן אלא יש ללמוד אותן ולהעלות אותן בצורה שיטתית במצבים רלוונטיים. לוח 9 מציג רשימה של "שאלות לדאגה/בירור" ("worry questions") בתחום ההסתברותי בלבד (השאלות לקוחות מתוך Gal, 2004). רשימות דומות, והצעות לנושאים שאותם יש לכלול ברשימות כאלה, מתייחסות למידע סטטיסטי העולה מסקרים וניסויים, וכן למידע בטבלאות סטטיסטיות ולמידע כמותי שמפרסמים גופים ציבוריים (ליברמן וטברסקי, 2001; 2008; Best, 2001; Gal, 2002a,b; Frankenstein, 1989). תחום זה הולך ומתפתח, וסביר כי בהדרגה יערכו רשימות מפורטות יותר של "שאלות לדאגה/בירור" שיעסקו גם בהיבטים נוספים של אוריינות מתמטית.

לוח 9: "שאלות לדאגה/בירור" בתחום ההסתברותי (Gal, 2004:62)

-
1. *Context.* What is the nature of the domain about which a probabilistic statement is being made? To what extent do the issues at hand involve randomness, independence, variation, etc?
 2. *Source.* Who is the source of a probabilistic claim (e.g., organization, person), and what are his qualifications, expertise, characteristics, and motives?
 3. *Process.* How did this source arrive at the claim being made? What types of information sources were used (e.g., a "classical" analysis of equiprobable events; frequentistic information or related data such as official statistics or results of studies; subjective estimates)? What is the relevance of these data to the issue at hand, and what is their quality? If multiple sources were used, how was the information integrated or conflicts between data sources resolved?
 4. *Meaning of message.* What is the meaning of the probabilistic statement being made (numerical or verbal), and does it have to be translated or represented in another way to be made clearer? To what exactly does the statement of probability refer? (the issue of meaning may come up when a statement might confuse $P(A|B)$ and $P(B|A)$, or when a source uses vague probability phrases)
 5. *Reflective interpretation.* How should the message be interpreted? Should it be questioned, given what is known about the context, the source, the derivation process, and the clarity of the message's meaning? How reasonable are the estimates made in light of one's world knowledge? Is it possible that one's own assumptions and knowledge could be faulty? Or, is it possible that the probability was over- or under-estimated by the source that generated it, due to self-serving interests, hidden motives, need to err on the side of caution, risk aversion, etc.?
-

2.2 עמדות, אמונות, וממדים אֶפְקְטִיבִּיִּים

חשיבותם של משתנים עמדתיים ואֶפְקְטִיבִּיִּים שונים הוצגה כבר במבוא לסקירה זו, שם צוינה תפיסת הקהילה האירופית (European Parliament, 2006) הגורסת כי מערכות חינוך צריכות להקנות מגוון כשירויות (competencies), המוגדרות כ"שילוב ידע, מיומנויות ועמדות הרלוונטיים להקשרים שונים". באופן דומה, פרויקט DeSeCo של מדינות OECD (Rychen & Salganic, 2003) הניח כי כדי שאדם בוגר יוכל להתמודד באופן מוצלח ודינמי עם מצבים ברמות מורכבות שונות הוא זקוק לכשירויות שונות, שאחת הכלליות בהן היא היכולת "לפעול באופן אוטונומי ורפלקטיבי". לפי DeSeCo, המונח "כשירות" כולל במשולב הן מרכיבים קוגניטיביים (ידע ומיומנויות) הן מרכיבים מוטיבציוניים, עמדתיים ורגשיים, אתיים, חברתיים והתנהגותיים. נוסף על כך, כשירות כוללת גם את היכולת לנהל ולתאם את כל המרכיבים או המשאבים האישיים הללו בהתאם לדרישות המצב (Rychen & Salganic, 2003).

הספרות המקצועית מתייחסת למספר רב של מרכיבים מוטיבציוניים, עמדתיים ואֶפְקְטִיבִּיִּים (affective variables) הנתפסים כתוצרים ישירים חשובים של מערכת החינוך, ו/או כבעלי השפעה על תהליכי למידה והוראה ועל ביצועים שונים. סקירות ומסמכים שפורסמו מטעם היזמה למחקר יישומי בחינוך בהקשרים אחרים (קופרמינץ, 2009; זיידנר, 2010) פירטו מספר רב של מרכיבים כאלה, כגון תחומי עניין, מוטיבציה, ויסות רגשות, חרדה, יכולת להכוונה עצמית, מעורבות בלמידה, ביטחון עצמי, דימוי עצמי, מסוגלות עצמית, יכולת מטה-קוגניטיבית, ועוד. למשל, קופרמינץ (2009) טוען כי "בספרות קיימות עדויות אמפיריות עקביות למדי לקשר בין מימדים אֶפְקְטִיבִּיִּים ומדדי ביצוע, כגון חיזוי ביצוע בעבודה, חיזוי הישגים במבחנים רבי-היקף כגון PISA, עליה במיצב חברתי-כלכלי, ועוד". זיידנר (2010) מונה מחקרים שונים המראים בין השאר על קיום קשר חיובי בין תפיסת מסוגלות עצמית (self-efficacy), דהיינו האמונה של אדם ביכולתו להתמודד באופן מוצלח עם הדרישות בתחום תפקודי מסוים, ובין ביצועים חינוכיים והצלחה אקדמית, במיוחד בקרב בעלי ביצועים נמוכים, וכן על תרומתה של תפיסת מסוגלות עצמית לניהול תהליכי למידה ולהשגת רמות גבוהות יותר של מעורבות והשקעת מאמץ במשימות שונות.

לעומת זאת, מחקרים רבים הצביעו על קיומה של חרדה מפני מתמטיקה בקרב לומדים בגילאים שונים ובקרב מבוגרים, ועל השפעתה השלילית המתבטאת בהפחתת רמת הביצועים בהתמודדות עם מטלות מתמטיות שונות (Ashcraft, Kirk & Hopko, 1998; Zhan, Brown, Evans & Hannula, 2006). מחקרים אחרים הראו כי חרדה מפני מתמטיקה, אמונות שליליות כלפי תחום המתמטיקה או כלפי היכולת האישית בתחום הכמותי-חשבוני ותפיסות לגבי מסוגלות עצמית בתחום המתמטי, מתפתחות כתוצאה של תהליכים חינוכיים שונים ומושפעות בין השאר מפרקטיקות ההוראה ומהמסרים שמעבירים מורים לתלמידיהם (Tobias, 1992; McLeod, 1992; Fast, 2010).

ממקורות כגון אלה עולה כי עמדות, אמונות ומרכיבים אֶפְקְטִיבִּיִּים אחרים עשויים להשפיע הן על תהליך הרכישה של ידע מתמטי הן על המידה שבה יהיו הלומדים מוכנים להתמודד עם מטלות מתמטיות שונות. לאור זאת, אין זה מפתיע כי כבר בשנת 1959 הדגישה ועדה ממשלתית באנגליה (Central Advisory Council for Education, 1959), את החשיבות של פיתוח תחושה חיובית ביחס

לנושאים כמותיים ("at-homeness with numbers") כיעד מרכזי בפיתוח אוריינות מתמטית (ראה גם: (Department of Education and Science – The Cockroft Report, 1982).

בשל קוצר היריעה, נרחיב כאן רק לגבי שני ממדי משנה אשר לאור הספרות בתחום נראים חשובים במיוחד לשם אפשרות התנהגות אוריינית-מתמטית (numerate behavior). הראשון שבהם, מסוגלות עצמית, מתואר גם בספרות הכללית העוסקת במרכיבים אפקטיביים בחינוך, ואילו השני, עמדה ביקורתית, זכה לתשומת לב פחותה בהרבה מצד העוסקים בחינוך מתמטי מסורתי. כמובן, קיימים ממדים נוספים המתייחסים לאמונות, לעמדות ולמרכיבים מוטיבציוניים הקשורים בעיקר ללמידה של מתמטיקה (או של סטטיסטיקה), כגון עמדות ואמונות ביחס לחשיבותו של ידע מתמטי או לתרומתו האפשרית של ידע מתמטי או סטטיסטי לתלמיד או לאדם הבוגר. עקב קוצר היריעה לא נוכל לתאר את כולם; חלק מהם הוזכרו למעלה. קיימת ספרות נרחבת ונפרדת בנושאים כאלו, והיא דנה גם באינטראקציה בין גורמים אפקטיביים וקוגניטיביים בתהליכי למידה (זיידנר, 2010; McLeod, 1992).

א. תחושת מסוגלות עצמית בתחום המתמטי. תלמידים נדרשים להתמודד עם מטלות מתמטיות כחלק מסביבת הלימוד בבית הספר, וחופש הבחירה שלהם מצומצם יחסית בכל הנוגע לדרכי תגובה. (במילים אחרות, הם חייבים לנסות לפתור בעיות שונות כדי להימנע מכישלון). לעומת זאת, האדם הבוגר מתפקד בסביבה שונה, וביכולתו לסרב להתמודד עם בעיות שאינן מעוניין להתמודד איתן, או "לעקוף" בעיות כאלה באמצעות האצלתן לאחרים, בקשת עזרה מבן-משפחה או חבר, או ביצוע חלקי של המשימה. מכל מקום, ההמשגה של אוריינות מתמטית, בדומה להמשגה של אוריינות לשונית ושל כשירויות בוגרים באופן רחב יותר, מבוססת על השאיפה כי האדם הבוגר יהיה מוכן להתמודד באופן עצמאי עם מטלות חיים שונות. הספרות המחקרית המציגה מודלים של פעולה אנושית וכן הספרות העוסקת בהעצמה פסיכולוגית בהקשרים תפקודיים שונים של עולם הבוגרים (Bandura, 1997; Spreitzer, 1995; Zimmerman & Rappaport, 1988), מניחה כי תחושת מסוגלות עצמית היא מרכיב הכרחי, ובלעדיה לא תהיה לאדם מוטיבציה לנסות להתמודד עם מטלות הנתפסות כקשות או מורכבות מדי ביחס לרמת הכישורים שהאדם מאמין שיש לו. לאור האמור לעיל, תחושת מסוגלות עצמית בתחום המתמטי נתפסת מבחינה תיאורטית כמרכיב הכרחי להתנהגות אוריינית-מתמטית.

ב. עמדה ביקורתית (Critical stance). מחברים רבים טוענים כי פירוש והבנה מלאה של משמעותן של הצהרות המתייחסות למידע כמותי מחייבים פיתוח של "נטייה לעמדה ביקורתית". טענות כאלה עולות מפי אנשי חינוך מתמטי המקדמים את התחום הקרוי Critical Mathematics (Frankenstein, 1989; Gal, 2002b; Watson, Brantlinger, 2011), מפי אנשי מקצוע בתחום של אוריינות סטטיסטית וכמותית (Gal, 2002b; Watson, Brantlinger, 2011), וכן בפרסומים של האגודה האמריקנית לקידום המדע העוסקים באוריינות מדעית (AAAS; Rutherford & Ahlgren, 1990). הרעיון המרכזי העומד מאחורי המושג "עמדה ביקורתית" הוא שללא קשר לרמת הכישורים או הידע המתמטי/סטטיסטי, על האדם הבוגר לגשת למשימות פרשניות שבהן מוצגים לו טיעונים כמותיים (מספריים, הסתברותיים וכדומה) או נתונים שונים מתוך גישה של ספקנות שיטתית. השאיפה היא כי במצבים כאלה, האדם הבוגר יפעיל את רשימת השאלות הביקורתיות שהוצגה בפרק הקודם. אולם, בלי הנכונות לפקפק במידע ולא לחוש אי-נוחות בשל כך – נכונות שהיא מעיקרה מצב מוטיבציוני התלוי גם בתפיסת המסוגלות העצמית בתחום המתמטי ובגורמים אפקטיביים נוספים – עצם ההיכרות עם רשימת השאלות הביקורתיות לא תועיל. יתרה מזו: בהתאם למצב, ייתכן שהאדם הבוגר יצטרך להציג לאחרים את הספקות או את הביקורת

שיגבש ביחס להיגדים שונים, ולהשתתף בשיח מתמטי; ביצוע מטלה כזאת דורש אף הוא נכונות התלויה בגורמים שונים, ובכללם עמדה ביקורתית.

להדגמת הצורך בנקיטת עמדה ביקורתית, נציג להלן שלושה היגדים:

מה דעתך על כל היגד?

היגד 1:	כל שנה מאז 1950, מוכפל מספר הילדים הנהרגים בתאונות ירי.
היגד 2:	מספר הילדים שנהרגים בתאונות ירי כל שנה הוכפל מאז 1950.
היגד 3:	מספר הילדים שנהרגים בתאונות דרכים כל שנה הוכפל מאז 1950, לכן יש להכפיל את התקציבים לתכניות מניעה.

היגדים 1 ו-2 מופיעים באחד מספריו של ג'ואל בסט (Best, 2001), אשר סקר דוגמאות רבות לשימושים שגויים או מטעים של מידע כמותי וסטטיסטי באמצעי התקשורת ובהקשרים אחרים. היגד 1 הוצג (במקור באנגלית) בידי סטודנט בקולג' אשר הגיש עבודה על נושא חברתי מסוים. היגד 2 הוא המקור שהופיע בפרסום של סקר ממשלתי בארצות הברית. בסט מציג מקרה זה כדוגמה להתייחסות לא-ביקורתית של אדם למשמעותו של היגד כמותי שהוא עצמו יצר. (אם התלמיד היה חושב על משמעות ההיגד שהציג, היה מבין כי מספר הילדים הכולל שאליו התייחס מגיע לכמה מיליארדים.)

את היגד 3, אשר לו לכאורה מבנה מתמטי מקביל לזה של היגד 2, הוסיף מחבר סקירה זו כדי להמחיש היבט נוסף של הצורך בביקורתיות ביחס למשמעויות המיוחסות למידע כמותי. היגד זה עשוי להיות מוצג בידי גורם המעוניין לקדם בטיחות בדרכים (פוליטיקאי או עמותה, לדוגמה), ולכאורה נשמע הגיוני. אולם רק אם הקורא ירצה לבחון אותו באופן מעמיק יותר ויבחר להפעיל כלי חשיבה (וכלים מתמטיים) נוספים, תעלה תמונה שונה: חשיבה נוספת על היגד 3 תראה כי הוא כולל היקש לוגי בעל בסיס כמותי (הכפלה בהקשר אחד צריכה לגרור הכפלה בהקשר אחר). אך היגד 3 מתעלם מהשינוי בגודל האוכלוסייה בין שנת 1950 לשנה הנוכחית, שינוי המתבטא בגידול של למעלה מפי שניים (לבטח בישראל, וברוב המדינות בעולם). לפיכך, גם אם הוכפל מספר הילדים שנהרגו בתאונות דרכים מאז 1950, בפועל, אחוז הילדים שנהרגו בתאונות דרכים מתוך כלל הילדים קטן במהלך אותן השנים, ולא גדל, כפי שמנסה ההיגד לרמוז, ולכן לא ברור שיש הצדקה להגדלת התקציב. היגד 3 ממחיש לפיכך לא רק את הצורך בעמדה ביקורתית ובנכונות להשקעת מאמץ שכלי נוסף (מעבר לעצם הקריאה והבנת המילים כשלעצמן), אלא גם את חשיבותה של נקודה נוספת הקשורה ל"רשימת השאלות הביקורתיות" – נקודה שאותה ציינו מחברים רבים (Paulus, 1988, 1995; Best, 2008): הצורך במודעות לכך שדוברים עשויים לבצע שימוש מגמתי (מניפולטיבי) בהצגת מידע כמותי במספרים (ערכים מוחלטים) או באחוזים (ערכים יחסיים) כדי להבליט תופעה מסוימת או כדי לטשטש אותה, בהתאם לאינטרסים שלהם.

2.3 דוגמאות וממצאים להמחשה

כדי להמחיש את הרעיונות הקשורים לפעולה המשולבת של מרכיביה של אוריינות מתמטית, יוצגו בתת-פרק זה שלוש דוגמאות לשילוב בסיסי ידע שנידונו למעלה, כגון הזיקה בין מידע לשוני ומתמטי בסביבות יומיום כחלק מתהליכי פירוש ביקורתי של מידע כמותי-סטטיסטי, ועוד. דוגמה א' מבוססת על

ניתוח הדרישות הקשורות לקריאת טקסט אותנטי בנושא של סיכון רפואי ולפירוש, וכוללת גם הרחבה לגבי הידע הקשור להסתברות. דוגמאות ב' ו-ג' מנתחות כמה משימות שנכללו בסקרים רב-לאומיים.¹³

א. הבנת מידע רפואי לגבי סיכונים בלידה. להדגמת בסיסי הידע הנדרשים לביסוס אוריינות סטטיסטית בתחום ההסתברותי, נתייחס כאן לדוגמה הקשורה לתת-התחום השני בלוח 8, "Figuring probabilities". כהקדמה, יצוין כי הנחת מוצא היא כי רצוי שלאדם הבוגר יהיו כלים אינטלקטואליים שיאפשרו לו להבין את הדרכים השונות שבאמצעותן נוצרות הערכות להסתברותם של אירועים שונים בעולם, לדעת כי קיימות דרכים לנבא או לשער מראש מה צפוי לקרות במצבים מסוימים ולהכיר בכך שהניבויים הללו מתאפיינים במידות שונות של ודאות או אי-ודאות. רצוי גם שיהיה באמתחתו הידע הנדרש כדי לפרש (ולהיות מסוגל להיות ביקורתי לגבי) מידע הסתברותי שמציגים מקורות שונים.

בהקשר זה, הספרות המקצועית מתארת שלוש דרכים מקובלות שבהן נוצרים אומדני הסתברויות (Gal, 2004; ליברמן וטברסקי, 2001):

- **"הסתברות קלאסית":** אנשים בוגרים עשויים להיתקל במצבים שבהם מערכות מכניות או אלקטרוניות מייצרות אירועים שההסתברות שלהם (הסיכוי שיקרו) ניתנת לתיאור מתמטי ולחישוב מדויק יחסית. בלמידה בבית הספר, דרך מקובלת להדגמת ההסתברות של אירועים שונים ולחישובם מסתמכת על תוצאות השימוש באמצעים (random generating devices) כגון קובייה, סביבון, כדורים בצבעים שונים הנשלפים מתוך מכל, וכדומה. אולם נוסף על שימוש במכשירים הסתברותיים פיזיקליים (כגון המכשיר המוצג בטלוויזיה בהודעה על תוצאות הגרלת הלוטו) רווח בעולם שימוש באמצעים אחרים, כגון אמצעים ממוחשבים שאינם גלויים לעין ("נערכה הגרלה בין כל הנרשמים לאתר..."), ופעולתם מבוססת על שימוש בנוסחאות או בלוח מספרים מקריים, שאינם מוכרים למי שלמד הסתברות בדרך המקובלת בבית הספר.
- **"הסתברות סובייקטיבית":** אזרחים עשויים להיתקל בהצהרות הסתברותיות המבוססות על חוות-דעת אישיות שמביעים, למשל, אנשי מקצוע ("לדעתי, יש סיכוי גדול ש..."). מעצם טבען, הצהרות כאלה מבוססות על שילוב כלשהו (שפרטיו אינם ידועים על פי רוב, או אינם יכולים להיות מוסברים במלואם) בין ידע מקצועי, ניסיון אישי מצטבר, נתונים שונים, ושיקולים נוספים של מספק ההערכה ההסתברותית, דוגמת שיקולים המתייחסים למאפייני ההקשר שבו מעוגן הנושא המדובר. הספרות המחקרית-פסיכולוגית הנרחבת בתחום של human judgment and decision making מאירה היבטים רבים של תהליכי שיפוט אנושי שעליהם מבוססות הערכות כאלה, ומתייחסת להטיות שונות העשויות להיווצר בהערכות אישיות לגבי הסתברויות עקב גורמים שונים: פעולת כללי אצבע חשיבתיים (heuristics) וכשלי חשיבה, צורת ההצגה (framing) של המידע ועוד.
- **"הסתברות מבוססת-נתונים":** במקרים רבים, הצהרות לגבי הסתברות שבהן נתקלים אזרחים מבוססות על תוצאות של סקרים ומחקרים שונים, או על ניתוח מידע שהצטבר במסדי נתונים

¹³ הבחירה להדגים רעיונות מסוימים דרך משימות מתוך סקרים רב-לאומיים נובעת מכך שנתוני הסקרים מאפשרים להדגים לא רק את מורכבותן של מטלות אוריינות מתמטית אלא גם להציג נתונים השוואתיים לגבי רמות התפקוד והיכולות באוכלוסיות מסוימות, וכך להמחיש את מידת הצורך בפיתוח היבטים שונים של אוריינות מתמטית. המשימות והנתונים נלקחו מפרסומים העוסקים בסקרים שנערכו במדינות זרות, הואיל ועד היום לא נערכו בישראל סקרים שבדקו אוריינות בוגרים.

מוסדיים גדולים (למשל נתוני הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה, המפקח על הבנקים, הביטוח הלאומי וכו') שבהם נבדקת שכיחותן של תופעות שונות.

בחינוך המתמטי, יש דגש על הוראת הסתברות קלאסית כפי שהוצגה למעלה. אולם בפועל, אנשים בוגרים צריכים להתמודד עם הצהרות הסתברותיות מגוונות המנוסחות בדרכים שונות, ומבוססות על שילוב של המקורות למעלה (Gigerenzer et al., 2008). להלן דוגמה לטקסט אותנטי, שאזרחים עשויים להיתקל בו במהלך ייעוץ גנטי לאישה הררה, או בעקבות חיפוש מידע באינטרנט שעורכים בני-זוג השוקלים אם לבצע טיפולי פוריות:

מהו שיעור הסיכון למום מולד?

"הסיכון למום מולד בכל הריון עומד על שלושה עד חמישה אחוזים. מקובל להניח שקבוצת המומים המולדים השכיחה ביותר היא מומי לב, ושיעורם עומד על כאחוז אחד. מתוך סקירת העבודות שנעשו על מומים מולדים בטיפולי פוריות עולה ששיעור המומים המולדים בטיפולי פוריות גבוה במקצת בהשוואה לאוכלוסייה הכללית, ובעיקר מדובר במומי לב ובמומים במערכת השלד והשרירים (שניים עד שניים וחצי אחוזים בכל קבוצה)".

--- מופיע באתר "שירותי בריאות כללית", כחלק מכתבה לציבור הרחב

www.clalit.co.il/HE-IL/Women/pregnancy/fertility/articles/fertility1.htm

הדוגמה למעלה ממחישה כי מידע המוצג לציבור לגבי סיכונים או הסתברויות (במקרה הזה לגבי נושא בריאותי-רפואי בסיסי אשר רלוונטי לכל האזרחים) רחוק מלהיות מאורגן באופן פשוט ו"נקי" כפי שמאורגן המידע העולה בשיעורי המתמטיקה, שבהם לומדים רק על הסתברות קלאסית. אזרחים הנתקלים בהצהרה כזאת באתר אינטרנט או במהלך ייעוץ גנטי צריכים להיות מסוגלים לפרש את המידע ההסתברותי המוגש להם, אולם הבנה זו אינה פשוטה או מובנת מאליה. הדבר נובע ממספר סיבות, המצביעות גם על הצורך באינטגרציה בין ידע מתמטי וסטטיסטי, ידע לשוני, הבנת ההקשר, והכרת שאלות ביקורתיות:

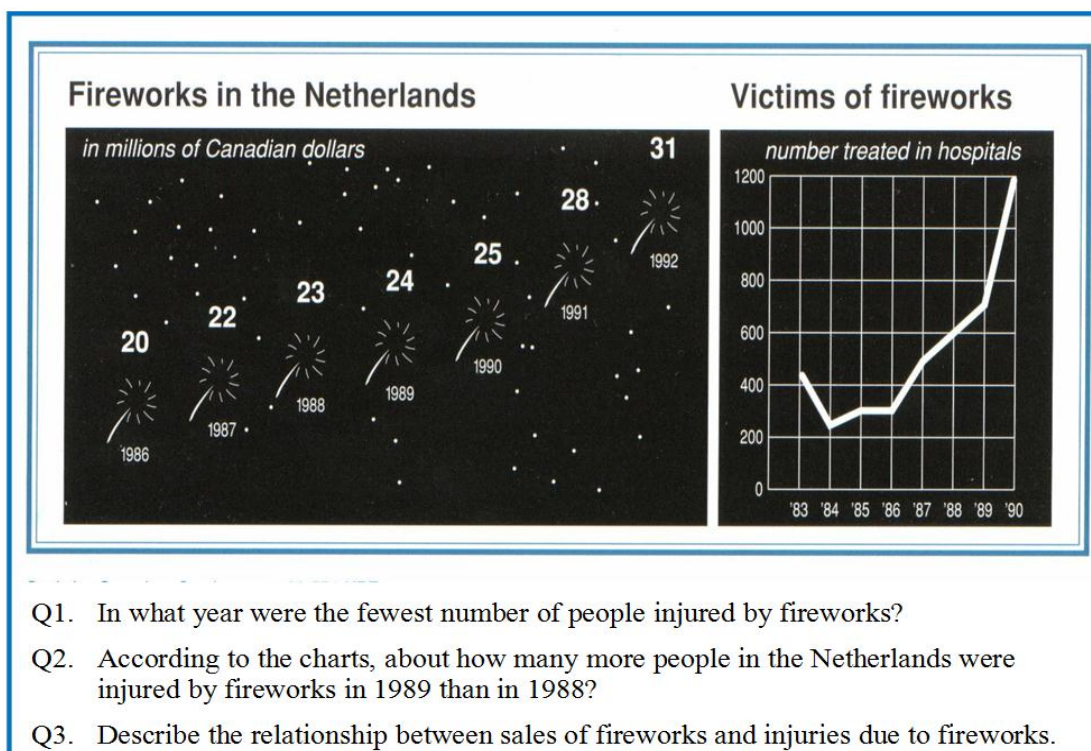
1. המידע ההסתברותי מוצג דרך מבנים לשוניים ומונחים שאינם דומים למושגי בית הספר ("הסיכון למום מולד... עומד על שלושה עד חמישה אחוזים", "שיעור המומים המולדים...").
2. חלק מהמידע "מתמטי" (כמותי) מוצג באמצעות אחוזים, ולא דווקא בשפה ההסתברותית המקובלת הנלמדת בבית הספר.
3. המידע הסטטיסטי אינו מוצג כתוצאת חישוב פשוט של הסתברות – חישוב שאופן ביצועו נלמד בבית הספר – אלא מבוסס על שילוב נתונים סטטיסטיים ממקורות שונים. בדרך כלל המידע המוצג אינו כולל הסבר על האופן שבו חוברו הנתונים שנשאבו ממקורות המידע השונים – מקורות שבמקרים רבים כל אחד מהם מציג מידע שונה במקצת מזה שמציגים המקורות האחרים.
4. האזרח צריך לדעת כי מידע המוצג לגבי הסתברויות אינו בהכרח אבסולוטי וקבוע, אלא תלוי בטיבם של בסיסי המידע ובטווח השנים שלגביהן קיימים נתונים. נדרשת הכרה בכך שנתונים מחקרניים עשויים להשתנות, בגלל ביצוע מחקרים חדשים, למשל, ובכך שעל האזרח מוטל לברר מהם בסיסי הנתונים ומה מידת העדכנות שלהם.
5. האדם הבוגר צריך לדעת כי ניתן לבחון נתונים ב"רמות רזולוציה" שונות, וכי התמונה המצטיירת מהנתונים עשויה להשתנות אם בוחנים את ההסתברויות או את השכיחויות לא בכלל האוכלוסייה, אלא בתת-קבוצות קטנות יותר. למשל, בדוגמה למעלה, הקשורה לייעוץ

גנטי, השכיחות בכלל האוכלוסייה אינן מלמדות בהכרח על ההסתברות להופעת מומים מולדים אצל נשים ההרות בגיל מאוחר יחסית.

6. על האזרח להיות מודע לצורך לבחון את מידת הרלוונטיות של ההקשר שבו נאספו הנתונים למצבו הוא, ולהיות מסוגל לשאול שאלות ביקורתיות בנושא. למשל, בהתייחס לדוגמה למעלה, ניתן לשאול מתי נאספו הנתונים והיכן, האם נתונים שנאספו לפני כמה שנים עדיין רלוונטיים לתקופה הנוכחית, ובאיזו מידה הם קשורים לפרופיל האישי של האדם (למשל, בהקשר של ייעוץ גנטי, יתכן שהאדם שייך לקבוצה המושפעת מגורמי סיכון נוספים).

ב. קריאת גרפים ומשימת "זיקוקים" – מאפיינים וממצאים. דוגמה זו מוצגת כדי להמחיש את הזיקה בין מרכיבים נפרדים של אוריינות מתמטית הקשורים לאוריינות מסמכית, ידע חשבונאי, והבנת ההקשר. לוח 10 מציג את משימת "זיקוקים", אשר נכללה בסקר המבוגרים IALS (Murray, Kirsch & Jenkins, 1998). סקר זה נערך בין השנים 1993-1996 בלמעלה מחמש-עשרה מדינות, ביניהן קנדה, גרמניה, שווייץ, ארצות הברית, הולנד, פולין, צרפת, שוודיה, ועוד, לעתים ביותר משפה אחת. בסקר נכללו מדגמים ארציים הסתברותיים מייצגים וגדולים (למעלה מ-3,000 איש בכל מדינה) של מבוגרים בגילאי 16-65. הנשאלים התבקשו להגיב לשאלות פתוחות שבהן נכלל "גירוי" אותנטי (פריט מידע כגון מסמך רשמי, גרף או כתבה בעיתון) שנלקח מאחת המדינות המשתתפות. משימת "זיקוקים" מבוססת על גרף שהופיע בכתבה בעיתון קנדי – כתבה שתיארה נתוני אמת שפורסמו בהולנד לגבי היקפי המכירה של זיקוקים ולגבי מספר הנפגעים בתאונות הקשורות לזיקוקים. הנבדקים קיבלו את הגרף בן שני החלקים המוצג בלוח 10, והתבקשו לענות לשלוש השאלות הפתוחות המופיעות מתחתיו. (קוראי הסקירה מוזמנים כעת לבחון את עצמם, לשים לב לתהליך הקוגניטיבי המתחולל בזמן החשיבה וההגבה, ואחר כך לאתר את הכישורים הנבדקים בכל שאלה).

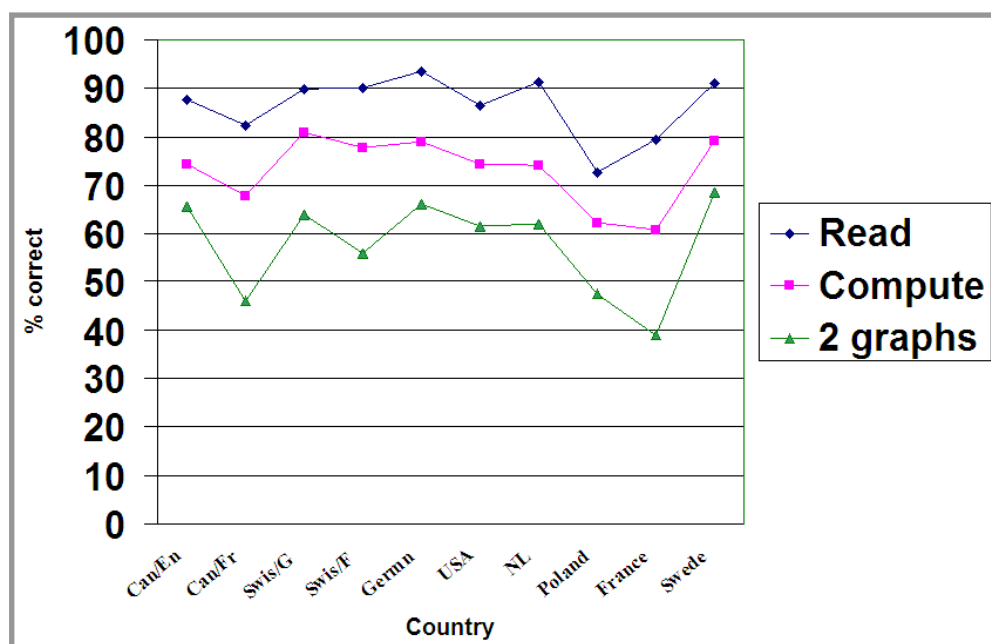
לוח 10: משימת "זיקוקים" – סקר בוגרים IALS



השאלות הכלולות במשימת "זיקוקים" מייצגות שילוב של דרישות ל"אוריינות מסמכית" (document literacy) ול"אוריינות כמותית" (quantitative literacy) כפי שאלה הוגדרו ב-IALS – ראו לוח 6. למשל, שאלה 1 דורשת איתור נתונים או קריאת נתונים שנראית פשוטה יחסית (literal reading), אך גם בה המשיב נדרש לתהליך קוגניטיבי רב-שלבי, הכולל בין השאר בחירה בגרף הנכון מבין השניים, התמודדות עם מיפוי לשוני (המונח "people injured" בשאלה שונה מהמונח "victims" בגרף, ולפיכך נדרשת מידה מסוימת של הסקה), הבנת מושגי גודל יחסי ("הקטן ביותר"), סריקה של מידע במבנה לא-ליניארי, ועוד. שאלה 2 דורשת חישוב משוער לגבי פער או מרחק בין שתי נקודות על הגרף (כאשר נדרש אומדן מתוך עצם טבעו של הגירוי או המידע הויזואלי המוצג), אך חישוב הפער יכול להתבצע לפי אסטרטגיות שונות. ביחד, השאלות דורשות תמהילים שונים של היות המשיב "יצרן" או "צרכן" של מידע מתמטי ולשוני גם יחד. בשאלה 2 המשיב "עושה מתמטיקה", אולם המידע שנוצר הוא טכני יחסית. מנגד, שאלה 3 אינה דורשת כל חישוב או יצירה מפורשת של מודל מתמטי נפרד, ולפיכך היא בוחנת את יכולתו של המשיב להיות צרכן ביקורתי של מידע כמותי – אך מחייבת תגובה מורכבת יותר אשר מראה אם הנבדק מבין את משמעות המידע המוצג בכל גרף ביחס למידע המוצג בגרף השני, תוך התייחסות למאפייני ההקשר בכלל. משימה זו מחייבת גם יצירת מלל חדש והסברתו בשפתו הטבעית של המשיב.

נבחן כעת תמונה רחבה יותר לגבי רמות ביצוע במשימות מהסוג המודגם בלוח 10. משימת "זיקוקים" הייתה רק אחת מבין כמה משימות שנכללו בסקר IALS והיו בעלות מאפיינים דומים, דהיינו דרשו קריאה פשוטה של נתונים, או חישוב מרחק בין שתי נקודות בגרף, או הסקה ותגובה מילולית לגבי גרפים, כגון גרפי עמודות (bar graphs), עוגות (pie charts) וכדומה, ולגבי הקשר בין המידע המוצג בגרף אחד לזה המוצג במשנהו. לוח 11 מציג את ממוצעי אחוז המבוגרים שענו נכונה לשאלות משלושה סוגים אלו, בשמונה מהמדינות שהשתתפו ב-IALS. (הנתונים חושבו בידי כותב הסקירה כחלק ממחקר הנמצא בתהליך ביצוע ועדיין לא פורסם, ומבוססים על מידע גולמי שדווח אצל Murray et al., 1998).

לוח 11: רמות ביצוע בשלושה סוגי משימות, לפי נתונים מסקר בוגרים IALS



כפי שניתן לראות בלוח 11, בשאלות הדורשות קריאה פשוטה של נתונים מספריים מתוך גרפים (כגון שאלה 1 בלוח 10), – מיומנות הנלמדת לעתים כבר בסוף בית הספר היסודי – הפגינו המבוגרים ברוב המדינות שהשתתפו בסקר רמת ביצוע גבוהה יחסית, וברוב המדינות המצוינות בלוח ענו עליהן נכונה למעלה מ-80% מהנבדקים. שאלות שדרשו איתור של כמה פריטי מידע בתוך הגרף וחישוב פשוט של פערים ביניהם היו מאתגרות קצת יותר, וכ-60%-80% מהנבדקים ענו עליהן נכונה. (המודל התיאורטי המתאר אוריינות מסמכית, כפי שהוא מופיע למשל אצל קירש ואחרים (Kirsch et al., 1998), מסביר בפרוטרוט את התהליכים הקוגניטיביים המתחוללים בזמן התמודדות עם משימות כאלה, בהתייחס בין השאר לעומס הנוצר בזמן תהליכי קריאה וחיפוש מידע בתוך מרחבים שבהם יש גודש מידע, עוד לפני ביצוע החישוב עצמו). לבסוף, משימות שדרשו אינטגרציה של מידע ממספר מקורות ופירושו, תוך יצירת תשובה מקורית מילולית ולא תשובה מספרית (כגון שאלה 3 בלוח 10), הציבו קושי גדול יותר לפני מרבית הנבדקים, ורמת הביצוע בהן ברוב המדינות הייתה רק בסביבות 45%-65%. ממצא זה אומר דרשני ומעלה את השאלה מדוע אזרחים במדינות רבות מתקשים לפרש ולהביע את דעתם ביחס לגרפים שבאופן כללי אינם מורכבים או מסובכים מאוד, ואיך ניתן להכינם להתמודדות עם הבנה ופירוש ביקורתי של מידע כמותי המוגש באמצעי התקשורת.

ג. פירוש ביקורתי ומשימת "שדירות" – מאפיינים וממצאים. להמחשת רעיונות נוספים לגבי מהותה של אוריינות כמותית-סטטיסטית, נבחן כאן משימת הערכה מוכרת הקרויה Robberies (שדירות). המשימה הופיעה במקור במחזור השלישי של תכנית ההערכה TIMSS (Mullis et al., 1998), וניתנה לתלמידי כיתות י"ב העומדים על סף סיום התיכון. בהמשך אומצה משימת שדירות בתכנית ההערכה PISA 2003, לאחר שבוצעו בה שינויים מסוימים. המשימה פורסמה לציבור בעברית כמשימת "שוד ושבר", והיא מופיעה היום באתר משרד החינוך (אך אין מופיעים שם הסבר מרכיביה או הצגת נתונים על רמת הקושי שלה).

לוח 12 מציג קטע מדוח המחקר המקורי של TIMSS, שבו מופיעה משימת "שדירות" (בחלק הימני) עם תשובה לדוגמה, ונתונים לגבי ביצועי תלמידים במדינות שונות שהשתתפו בהערכה (בחלק השמאלי). הטקסט המובא במשימה מציג טענה של כתב טלוויזיה, אשר הציג את הגרף הנתון וטען "חל גידול עצום במספר השדירות השנה". התלמידים התבקשו לציין אם לדעתם טענת הכתב היא פירוש סביר (הגינני) של הגרף, ולהסביר את דעתם. (קוראי הסקירה מוזמנים כעת לבחון את עצמם, לשים לב לתהליך הקוגניטיבי המתחולל בזמן החשיבה וההגבה, ואחר כך לחשוב על הכישורים הנבדקים בשאלה).

התשובה המצופה במשימת "שדירות" כוללת שני חלקים: תשובה כי הגרף אינו תומך בטענת הכתב, והסבר המנמק את התשובה תוך התייחסות למרכיב כלשהו בגרף, כגון לעובדה שהגרף "מקוצץ" ויוצר מצג-שווא שלפיו הבדל קטן נראה גדול מבחינה ויזואלית, או לכך שהגידול במספר האבסולוטי של השדירות הוא מזערי, ועוד (כלומר, הפותר צריך לחשוב על משמעות המספרים בעולם האמיתי).

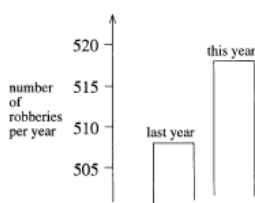
נתייחס כעת לנתוני מחקר TIMSS לגבי רמות הביצוע במשימת "שדירות". כרקע, המשימה ניתנה כחלק מסולם "אוריינות מתמטית" אשר נמדד (באופן חד-פעמי) במחקר TIMSS 1998, בנוסף לידע מתמטי "רגיל". חשוב להדגיש כי משימה זו הוצגה לתלמידי כיתות י"ב, העומדים על סף סיום התיכון. בחלק השמאלי של לוח 12, הנתונים מראים כי הממוצע הבינלאומי במשימה זו עמד על 19% (בלבד) שנתנו תשובה מלאה, ועוד 26% (בלבד) שנתנו תשובה חלקית. אפילו במדינות שבהן נמצא ביצוע גבוה יחסית במשימה זו (כגון שוודיה, דנמרק והולנד, אשר במחקרי הערכה בינלאומיים נמצאות לרוב מעל

הממוצע העולמי בתחומי אוריינות מתמטית ומדעית), רק 60%-70% מבין התלמידים העומדים על סף סיום התיכון ידעו להשיב נכונה לשאלה פשוטה לכאורה, המעוגנת בליבת האוריינות המתמטית. מדוע זה אלו הם פני הדברים?

לוח 12: משימת "שדירות" במחקר TIMSS 1998 והביצועים בה (Mullis, et al, 1998)

Table 3.6 Mathematics Literacy

Percent Correct for Example Item 6
Final Year of Secondary School*

Country	Percent Partially Correct	Percent Fully Correct	TCI	Example 6 Graph with robberies per year.
² Cyprus	13 (2.2)	5 (1.7)	48%	A TV reporter showed this graph and said: “There’s been a huge increase in the number of robberies this year.”  Do you consider the reporter’s statement to be a reasonable interpretation of the graph? Briefly explain. <i>I don't think it is a reasonable interpretation of the graph because if they were to show the whole graph you would see that there is only a slight increase in robberies</i>
Czech Republic	26 (2.1)	6 (1.2)	78%	
Hungary	25 (1.0)	4 (0.7)	65%	
¹ Lithuania	17 (2.6)	2 (0.4)	43%	
[†] New Zealand	38 (3.2)	33 (3.2)	70%	
² Russian Federation	13 (1.8)	7 (1.8)	48%	
Sweden	29 (1.8)	37 (2.2)	71%	
Switzerland	27 (2.2)	23 (1.5)	82%	
Countries Not Satisfying Guidelines for Sample Participation Rates (See Appendix B for Details):				
Australia	39 (2.3)	26 (2.8)	68%	
² Austria	28 (2.4)	19 (2.4)	76%	
Canada	35 (2.6)	23 (1.5)	70%	
France	25 (2.7)	22 (2.3)	84%	
Iceland	25 (1.4)	38 (1.9)	55%	
¹ Italy	13 (1.9)	12 (2.1)	52%	
Norway	24 (1.3)	34 (1.4)	84%	
United States	41 (1.8)	14 (1.3)	63%	
Countries with Unapproved Student Sampling (See Appendix B for Details):				
[†] Germany	26 (2.8)	20 (2.4)	75%	
Countries With Unapproved Sampling Procedures and Low Participation Rates (See Appendix B for Details):				
Denmark	25 (1.7)	26 (1.9)	58%	
² Netherlands	27 (2.0)	30 (2.6)	78%	
Slovenia	31 (2.1)	6 (1.4)	88%	
South Africa	12 (2.1)	3 (1.0)	49%	
International Average Percent Correct	26 (0.5)	19 (0.4)		

SOURCE: IEA Third International Mathematics and Science Study (TIMSS), 1995-96.

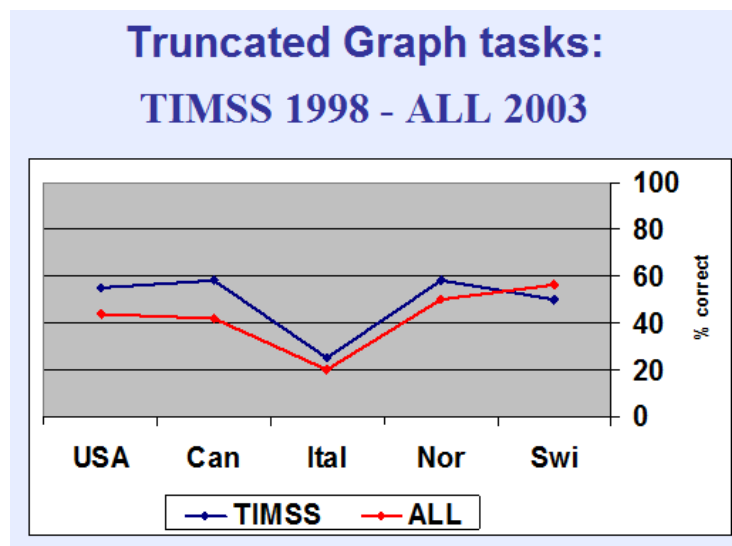
להשלמת התמונה, נפנה לנתונים רחבים יותר ונבחן ממצאים ביחס למשימה מקבילה למשימת "שדירות" שהוכללה בתכנית ההערכה ALL.¹⁴ משימה זו כללה גם היא נתונים המוצגים ב"גרף מקוצץ" הדומה בצורתו לזה ששימש במחקרי TIMSS ו-PISA, אך ההקשר שנבחר בה היה שונה – דיווח שמוסר מנהל בשיבת הנהלה על מצב תלונות הלקוחות בשתי שנים שונות. לוח 13 המופיע בהמשך משווה את אחוז הנבדקים שנתנו תשובה נכונה מלאה או תשובה חלקית למשימה, במבחני TIMSS 1998 ובמבחני ALL 2003, בהתייחס לחמש מדינות שהשתתפו בשני המחקרים. (הנתונים עובדו כחלק ממחקר הנמצא

¹⁴ כזכור, תכנית ALL בחנה בין השאר אוריינות מתימטית של מבוגרים (גילאי 16-65) במספר מדינות, כולל ארצות הברית, קנדה, הולנד, איטליה, אוסטרליה, שווייץ, נורווגיה ועוד, בהתבסס על מבחני נייר ועיפרון שהועברו למדגמים הסתברותיים ארציים גדולים (מעל 5,000 אנשים בוגרים בכל מדינה).

בתהליך ביצוע ומנוהל בידי כותב סקירה זו, אשר הוביל את קבוצת המומחים באוריינות מתמטית של (ALL).

להבהרה, בלוח 13 מוצגת השוואה בין ההישגים שנמצאו בכל אחת מהמדינות בשני מדגמים נפרדים: של תלמידי כיתות י"ב אשר נבחנו בבתי ספר, ושל תושבים בוגרים בגילאי 16-65 אשר נבחנו בבתייהם. למרות שההשוואה אינה נקייה ממגבלות בגלל הבדלים מסוימים במאפייני הדגימה ובמשימות שניתנו, הנתונים מראים דפוס מקביל: רמות הביצוע של תלמידי תיכון (TIMSS) גבוהות רק במקצת ובאופן כללי הן דומות מאוד לאלו של מבוגרים (ALL), בחמש מדינות הנכללות בהשוואה. נתונים אלו מחזקים את הממצאים המקוריים של TIMSS 1998 שהוצגו בלוח 12, ומראים כי הן תלמידי תיכון הן בוגרים רבים מתקשים להגיב בצורה ביקורתית למידע כמותי המוצג בגרף עמודות, ו/או לתקשר היטב בנושא זה.

**לוח 13: השוואת הישגים במשימת "שדירות"
מסיימי תיכון (TIMSS) מול בוגרים (ALL) בחמש מדינות**



3. סוגיות בפיתוח אוריינות מתמטית

פרק זה מסיים את הסקירה, ולו שלושה חלקים. חלק 3.1 מסכם בקצרה את המודל של אוריינות מתמטית אשר תואר בפרוטרוט בפרקים הקודמים ומונה כמה ממגבלותיה של סקירה זו ושאלות העולות ממנה. חלק 3.2 בוחן בקצרה מספר טיעונים התומכים ברעיון שפיתוח אוריינות מתמטית אינו יכול להיעשות רק דרך הוראה מסורתית במתמטיקה אלא מחייב שינויים בהתערבויות חינוכיות. חלק 3.3 סוקר בקצרה ארבעה כיווני פעולה אפשריים לפיתוח אוריינות מתמטית, בתקווה לתרום לחשיבה ראשונית על משמעותיות אפשריות לגבי הגדרת הידע הנדרש ממורים או לגבי הכשרת מורים בתחום.

3.1 אתגרים ומגבלות

בפרקים קודמים הוצגו תפיסות כלליות לגבי מהותן של כשירויות האדם הבוגר – תפיסות המדגישות את היכולת להתמודד באופן גמיש ובוטח עם מגוון מצבי חיים, תוך הפעלת ביקורת עצמית

והסתכלות רפלקטיבית על דרישות המצב מחד גיסא ועל דרך ההתמודדות האישית מאידך גיסא. כפי שנטען קודם, סביבות חיים מורכבות דורשות "כשירויות" הכוללות במשולב הן מרכיבים קוגניטיביים (ידע ומיומנויות) הן מרכיבים מוטיבציוניים, עמדה ורגשים, וכן את היכולת לנהל ולתאם את כל מרכיבי המשימה ואת המשאבים האישיים בהתאם לדרישות המצב.

המקורות שנסקרו מראים כי יש טווח גדול של בעיות יישומיות או של משימות חיים בעלות מרכיבים מתמטיים/כמותיים/סטטיסטיים שאזרחים מכל קצווי הקשת החברתית נדרשים להתמודד איתן, ואופיין משתנה בהדרגה והופך להיות מורכב יותר בשנים האחרונות בגלל שינויים חברתיים, כלכליים וטכנולוגיים. הסקירה מראה כי האדם הבוגר נדרש לאוריינות מתמטית בשלושה מצבים או הקשרים שונים, הדורשים יצירת מידע מתמטי/סטטיסטי, פרשנות מידע מתמטי/סטטיסטי, וקבלת החלטות, העשויים להיות משולבים בדרכים רבות במגוון הקשרי החיים של האדם הבוגר בבית, בקהילה, בעבודה ובמסגרות רבות אחרות, כולל המשך למידה והתפתחות אישית ומקצועית.

לאור מרכזיותן של משימות חיים המחייבות התמודדות עם מידע מתמטי וסטטיסטי בחיי האדם הבוגר, עולה מסקירה זו כי פיתוחה של אוריינות מתמטית הוא מטרה חינוכית לגיטימית וחשובה. הסקירה מצביעה על הצורך לפתח במשולב חמישה בסיסי ידע וכישורים קוגניטיביים עיקריים (ידע מתמטי, ידע סטטיסטי, ידע לשוני, ידע על ההקשר/העולם, רשימת שאלות ביקורתיות), ומספר עמדות, אמונות ומרכיבים מוטיבציוניים (תפיסת מסוגלות עצמית בתחום המתמטי, עמדה ביקורתית, ועוד), לשם התמודדות יעילה עם מטלות חיים שונות הכוללות מרכיב מתמטי או סטטיסטי.

על בסיס המודל שהוצג ועל סמך הדוגמאות והממצאים השונים שנסקרו, עולות שאלות פרגמטיות רבות אשר מציבות אתגרים לפני העוסקים בתכנון ויישום של תכניות לימוד והכשרת מורים, כגון:

1. האם כל המרכיבים מודגשים או מכוסים בהיקף משמעותי והולם בתכניות לימוד ו/או בחומרי לימוד ועזרי הוראה שפותחו לתמוך בתכניות לימוד קיימות?
2. באיזו מידה שיטות ההוראה המיושמות בלימודי המתמטיקה (ואולי גם בתחומים אחרים) בחטיבת הביניים ובתיכון מסוגלות להכין תלמידים להתמודדות עם משימות חיים הקשורות לאוריינות מתמטית כגון אלה שתוארו בסקירה זו?
3. האם למורים למתמטיקה בחטיבות הביניים ובתיכונים יש הידע המקצועי בתחומי התוכן שבהם מדובר (content knowledge), והידע הפדגוגי הנדרש כדי לפתח אוריינות מתמטית (pedagogical content knowledge)?

לסקירה זו מספר מגבלות והיא ניצבת בפני מספר אתגרים מבחינת יכולתה לענות לשאלות הרחבות שפורטו למעלה. מגבלה אחת נובעת מרוחב הנושאים הנכללים במושג "אוריינות מתמטית" ומרב-גוניותם. כפי שנאמר קודם, מאפייני המשימות הניצבות בפני האדם הבוגר דורשים היכרות עם "רעיונות גדולים" (big ideas) רבים במתמטיקה והבנה שלהם. סקירה זו בחרה להתמקד בעיקר בסוגיות הקשורות לפיתוח אוריינות סטטיסטית-כמותית, הן כדי למנוע ביוור-יתר של הדיון והארכת הטקסט, הן כדי להראות את הזיקה בין בסיסי ידע מסוימים (כולל אוריינות לשונית) ובין מרכיבים עמדהיים ואפקטיביים שונים, ואת ההכרח שבשילוב ביניהם. אוריינות בתחום הסטטיסטי-כמותי אמנם משלבת

באופן טבעי גם בסיסי ידע והבנה הקשורים לרעיונות גדולים אחרים,¹⁵ אך בסופו של דבר ההתמקדות בה חייבה מידה מסוימת של התעלמות מתחומים אחרים וחשובים אשר לגביהם ראוי לפתח את האוריינות המתמטית, כגון מספר וכמות, הבנת מרחב, צורה ומדידה (כולל מושגים ורעיונות מתחום הגאומטריה, ראו למשל Askew & Ebbutt, 2010), משמעותיות של מודלים ושל רעיונות אלגבריים ושימושים שונים בהם, ועוד.

מגבלה נוספת של הסקירה קשורה לאתגר חינוכי משמעותי הניצב בפני מערכת החינוך בארץ, ונובעת מהצורך להתייחס למגוון לומדים בעלי מאפיינים הטרוגניים ולמערכת חינוך אשר בתוצריה כבר קיימת הטרוגניות רבה. כרקע לטיעון זה ולהדגמתו, נפנה את הקורא לסוף פרק 1, שם צוין כי תוצאות מבחני PISA 2009 האחרונים (ראמ"ה 2010) מראות כי 39% מהתלמידים בישראל נמצאים ברמות בקיאות נמוכות מאוד בסולם "אוריינות מתמטית" של PISA (מתחת לרמה 2 מתוך 6 רמות המדווחות ב-PISA), לעומת 22% בממוצע במדינות OECD. שיעור התלמידים ברמות הבקיאות הגבוהות בסולם "אוריינות מתמטית" של PISA (רמות 5 ו-6) היה בישראל 6% בלבד. לפיכך, תמונת ההון האנושי בישראל בכל הנוגע לאוריינות מתמטית – של תלמידים, לכל הפחות – מראה על פערים רבים ועל הטרוגניות רבה.

הסקירה הנוכחית מצביעה על כך שההתמודדות עם משימות אוריינות מתמטית דורשת פיתוח ושילוב של בסיסי ידע ומיומנויות ממספר תחומים, הכוללים לא רק ידע מתמטי (וסטטיסטי) אלא גם ידע לשוני, ידע הקשרי (ידע על העולם) ועוד, וכן התייחסות למרכיבים אפקטיביים ועמדיים שונים. לפיכך, סביר להניח כי סגירת פערים בכל הנוגע לאוריינות מתמטית, ושיפור רמות האוריינות המתמטית של אזרחי העתיד בהקשר זה, מחייבת התייחסות ייחודית לתלמידים אשר מסיבה זו או אחרת ניצבים בפני אתגרים מיוחדים לאור טבעה של האוריינות המתמטית. בין השאר ניתן למנות תלמידים הלומדים במסגרת רב-לשונית או תלמידים ששפת האם שלהם שונה משפת הלימוד, תלמידים הסובלים מלקויות למידה בכלל ומדיסקלקוליה בפרט, ועוד. במסגרת סקירה אחת לא ניתן להתייחס למורכבויות של תת-קבוצות בעלות מאפיינים המצריכים התייחסות ייחודית – אך מובן שבסופו של דבר נדרשת התייחסות לצרכים ולמאפיינים המיוחדים שלהן, בהנחה כי מערכת החינוך שואפת לשוויון הזדמנויות ולסגירת פערים חברתיים, במקביל לקידום מצוינות והישגים גם ברמות הגבוהות של אוריינות מתמטית.

מגבלה שלישית של הסקירה קשורה גם היא לאתגר חינוכי – האתגר הכרוך בניתוח התהליכים הקוגניטיביים המעורבים בהתמודדות עם משימות אוריינות מתמטית בסביבות עבודה או בסביבות חיים ספציפיות. הקושי שבניתוח כזה זכה לכינויים כגון 'black box' (Williams & Wake, 2007) או 'invisible mathematics' (Straesser, 2003). הספרות המחקרית הנרחבת בתחום של Workplace mathematics, אשר חלקה נסקר בתת-פרק 1.1א', מראה כי חלק מהפעילות המתמטית של עובדים בתפקידים שונים הוא סמוי, ועובדים מתקשים לעתים להסביר את מעשיהם או את דרכי חשיבתם (למשל בגלל הקושי למפות

¹⁵ אוריינות סטטיסטית משלבת מספר היבטים נפרדים של אוריינות מתמטית הקשורים גם ל"רעיונות גדולים" אחרים, ביניהם: שימוש באחוזים ובמושגים פרופורציונליים שונים (למשל כחלק מתקשורת על מגמות בחברה או על גורמי סיכון והסתברות), הצגת מידע מספרי מורכב בצורה ויזואלית תוך שימוש בתצוגות גרפיות ובכמה רעיונות גאומטריים, איתור תבניות בתונים או בתצוגות ויזואליות, התאמת מודלים לנתונים ושימוש בנוסחאות ליצירת מודלים שונים, פירוש ביקורתי של טיעונים כמותיים ומידע מספרי בערוצי מדיה שונים, ותקשורת בכתב ובעל-פה לגבי מידע כמותי.

תהליכי חשיבה ופעולות מול המושגים והתהליכים הרגילים הנלמדים בבתי ספר, או בגלל שחלק מהפעילות מנוהל בהקשר צוותי או חברתי ולא ברמה פרטנית). המורכבות שבתיאור אוריינות מתמטית כפי שהיא באה לידי ביטוי במקומות עבודה מודרניים ובניתוחה עולה גם במחקרים עדכניים (למשל Zevenbergen & Zevenbergen, 2009), הבוחנים את השימוש בטכנולוגיות תקשוב שונות בעבודה. כפועל יוצא, מחקרים רבים העוסקים ביישום של ידע מתמטי בעבודה משתמשים במתודולוגיות איכותניות מגוונות, וקשה לסכם בסקירה אחת ובצורה פשוטה את המסקנות ואת התיאורים המורכבים העולים ממחקרים כאלה.

3.2 האם אוריינות מתמטית יכולה להירכש מעצמה?

גם אם מוסכם כי פיתוחה של אוריינות מתמטית הוא מטרה חינוכית לגיטימית וחשובה, יש צורך להתייחס לסוגיה רבת משקל: האם אוריינות מתמטית יכולה להתפתח במלואה בלי התערבות חינוכית-הוראתית ישירה וייעודית? בשיחות שערך עורך הסקירה עם מורים וחוקרים בתחום החינוך המתמטי, נשמעה לעתים הטענה כי העיסוק באוריינות מתמטית הוא מיותר, הואיל ותלמידים הרוכשים בסיס מתמטי מוצק מסוגלים ממילא לחשוב בצורה מופשטת ולהתמודד עם טווח רחב של משימות "מהעולם האמיתי", ולפיכך אין צורך להקדיש זמן הוראה כלשהו לנושאים שאינם בליבת המתמטיקה המסורתית. מטרתו של תת-פרק זה להתמודד ישירות עם טענות אלו ודומותיהן, ולהציג שלושה טיעוני-נגד המתייחסים למאפייניהן של משימות חיים הדורשות אוריינות מתמטית, לממצאים לגבי קשיים בהעברת כישורים (skill transfer) שנלמדו בהקשר אחד להתמודדות עם משימות בהקשר שונה, ולממצאים לגבי רמות אוריינות כמותית באוכלוסייה. טיעוני-נגד אלו מובילים למסקנה כי אי-אפשר להמשיך וללמד בשיטות שבהן לימדנו כל השנים; יש צורך חיוני בתשומת לב חינוכית להיבטים הייחודיים של אוריינות מתמטית.

א. ייחודיות הדרישות של משימות אוריינות מתמטית. מהתבוננות בדוגמאות שהובאו בפרקים הקודמים עולה כי המאפיינים של סביבות תפקודיות אשר איתן צריכים להתמודד אזרחים, עובדים ולקוחות במדינה דמוקרטית מודרנית ומבוססת טכנולוגיה, מחייבים תמהיל מורכב ושונה של כישורים, בסיסי ידע ועמדות בהשוואה למה שנכלל באופן מסורתי בהגדרת "ידע מתמטי" במסגרות חינוכיות. משימות כאלה הן מגוונות ביותר ועשויות להיות שונות מאוד מהבעיות שעם פתרון מתמודדים תלמידים בכיתה טיפוסית. מהסקירה עולה כי מטלות חיים בעלות מרכיבים מתמטיים/כמותיים או סטטיסטיים יכולות להופיע בצורה משולבת במצבים שונים באופן שאינו מאורגן בהכרח לפי תחומי הדעת בתוך המתמטיקה, והן עשויות אף לשלב תחומי דעת שמחוץ למתמטיקה, כגון מדעים, מדעי החברה או אוריינות לשונית. הן כוללות לעתים מידע כמותי המועבר דרך טקסטים (ולא בייצוג מספרי), או מידע כמותי המשובץ בתוך סביבות טקסטואליות עשירות, ובחלקן נדרשת אוריינות לשונית הן לצורך קריאת מגוון מסמכים ברמות מורכבות שונות הן לצורך ניהול תקשורת לגביהם. מטלות חיים נפוצות מערבות תהליכים פרשניים ותהליכי קבלת החלטות בעלי מאפיינים ייחודיים, שחלקם מצריכים שילוב של ידע סטטיסטי, ידע לשוני, ידע הקשרי (ידע על העולם) והכרת רשימות של שאלות ביקורתיות, נוסף על הצורך בידע מתמטי כשלעצמו.

התמודדות מוצלחת ועצמאית עם משימות אוריינות מתמטית מחייבת גם את קיומן של עמדות ואמונות שונות, כגון תפיסת מסוגלות עצמית בתחום המתמטי, מוכנות לעמדה ביקורתית, ועוד. לכאורה, מודעות להשפעתם של רגשות שליליים ושל חרדות, של תהליכים מוטיבציוניים ושל תפיסת מסוגלות עצמית על תפקוד תלמידים ועל התמודדותם עם משימות שונות מלווה את החינוך המתמטי מזה שנים רבות (McLeod, 1992; Tobias, 1993; Zan et al., 2006). בפועל, נראה כי ההתייחסות לנושא האפקטיבי-מוטיבציוני במערכת החינוך בישראל משנית ביותר (זיידנר, 2010). בתכנית הלימודים הארצית במתמטיקה לכיתות ז'-ט' (2009), המוצגת באתר המפקח הארצי (מפמ"ר) המרכז את הוראת המתמטיקה, המטרה האחרונה מתוך רשימה של כחמש-עשרה מטרות היא (עמ' 6): "מניעת תחושת כישלון וחיוב המקצוע על התלמידים לדוגמה על ידי הוראה מותאמת לשונות בין תלמידים בנושא הנמקות בגאומטריה". התייחסות נוספת לנושאים אפקטיביים מופיעה רק בפרק נפרד העוסק בהערכה, שם נכתב (עמ' 17) כי לגבי "גורמים ריגוריים, חברתיים" יש צורך להעריך "ביטחון עצמי, עבודה בצוות, יחס אל המקצוע, התמדה, עצמאות". נושאים אלו חשובים כשלעצמם, אך גם אליהם אין התייחסות אופרטיבית בתכנית הלימודים עצמה; ואולם מנקודת המבט שבה אנו עוסקים כאן, חשוב אף יותר לשים לב לכך שנושאים אלו אינם מכסים בצורה מספקת את הממדים העמדתיים והמוטיבציוניים שהועלו בסקירה זו כמרכיבים אינטגרליים של אוריינות מתמטית.

ב. קשיים בהעברת כישורים. לכאורה, תקוותם של מורים היא כי תלמיד טוב אשר למד היטב בכיתה את התחומים הבסיסיים במתמטיקה, יוכל ליישם את מה שלמד להתמודדות עם בעיות חדשות, כולל משימות אוריינות מתמטית שבהן ייתקל אחרי סיום לימודיו. אולם, מחקרים רבים מראים כי העברת כישורים (skill transfer) היא תהליך קשה להשגה, אשר במקרה הטוב מתחולל רק בצורה חלקית, ומכך עולה כי כדי לפתח אוריינות מתמטית יש צורך ללמד היבטים שלה באופן מכוון, ולא להסתפק בתקווה שהיא תתרחש מעצמה. הספרות המחקרית מציגה המחשבות רבות לקושי שבהעברת למידה קודמת להתמודדות עם משימות המופיעות בהקשר שונה, וממצאים רבים בהקשר זה התייחסו לאופן הייחודי שבו מבוצעות פעולות מתמטיות שונות בחיי היומיום ולאסטרטגיות המנטליות הלא-פורמליות העולות בהקשרים כאלה או נדרשות בהם (לדוגמה: Resnick, 1987; Schliemann & Acioly, 1989; Hoyles et al., 2002; Greeno, 2003; Christiansen, 2007; Dierdorff et al., 2011; Pfaff, Rogers, Erkan & Hamilton, 2011).

בין השאר, סקירות ספרות בתחום מראות כי פעילות מתמטית בחיי היומיום מושפעת במידה רבה מההקשר (context), וכי ידע מתמטי אשר נרכש בין כותלי בית הספר אינו מועבר ב"אופן אוטומטי" ואינו מיושם בסביבות תפקודיות חדשות שבהן ההקשר שונה (Abreau, 2008). הספרות המחקרית חוזרת ומדגישה את ההבדל בין משימות מתמטיות "אותנטיות", שהן לרוב ill-structured (דהיינו אינן מובנות ולא בהכרח ברורות או מובן מאליו מה על האדם לבצע בהן), ובין משימות כיתה מקובלות אשר להן יש בדרך כלל יעד ברור ופתרון מדויק ונכון. חשוב לציין כי קיימת גם ספרות מחקרית דומה אך רחבה יותר העוסקת בנושא של העברת כישורים בהקשר של תפקוד עובדים במקומות עבודה; בספרות זו עולים ממצאים עקביים שלפיהם היכולת של עובדים לבצע העברה (transfer) של כישורים לסביבות תפקודיות חדשות היא מוגבלת, ולפיכך יש לאמן עובדים באופן ספציפי בתוך ההקשרים הנדרשים (Burke & Hutchins, 2007). הסבר מרכזי לממצאים המחקריים הרבים לגבי קשיים בהעברת כישורים, בכל הקשר שהוא, מתייחס לכך שהתהליכים הקוגניטיביים המעורבים בלמידת מושגים או מיומנויות בתחום מסוים

מביאים ליצירת ידע שנוטה להיות ספציפי להקשר שבו נלמד, ואותו ידע נעשה פחות נגיש בהקשרים אחרים (Lovett & Greenhouse, 2000). יתר על כן, קיימת ספרות מחקרית נפרדת ביחס למוטיבציה (של עובדים) להעביר כישורים שנלמדו בהקשר אחד להקשרים חדשים; גם ספרות זו מראה כי המוטיבציה להעברת כישורים אינה גבוהה (Gegenfurtner, Veermans, Festner & Gruber, 2009) וכי העברת כישורים דורשת התייחסות למרכיבים מוטבציוניים ועמדתיים, נוסף על התייחסות למרכיבים קוגניטיביים.

ג. קשיי תלמידים ובוגרים בהתמודדות עם משימות אוריינות מתמטיות. כפי שהוזכר בפרקים הקודמים, ממצאים שונים העולים מתוצאות סקרים בינלאומיים הן ביחס לביצועיהם של אנשים בוגרים הן ביחס לתפקודם של תלמידים, מראים כי חלקים גדולים של האוכלוסייה מתקשים להתמודד באופן יעיל עם משימות אוריינות מתמטיות. למשל, הממצאים שהוצגו בפרק הקודם לגבי רמות הביצוע במשימות "זיקוקים" ו"שדידות", המבוססים על מדגמים גדולים של מבוגרים ותלמידי תיכון בכמה מדינות מערביות, הם מעוררי מחשבה, בלשון המעטה. הגרפים שהוצגו לנשאלים במחקרי הערכה אלו מייצגים תצוגות פשוטות שכמותן פוגשים תלמידים בני מדינות שונות, כולל ישראל, כבר בבית הספר היסודי או בתחילת חטיבת הביניים. שילוב של הנתונים המופיעים בלוחות 10 ו-12 מראה כי כמחצית או יותר מהאוכלוסייה בכמה מדינות מערביות בעלות מערכות חינוך מגוונות ומאפיינים דמוגרפיים שונים אינה מסוגלת להבין, לפרש באופן ביקורתי, לאתר הטיה בטיעון מילולי המבוסס על נתונים מספריים פשוטים, או להציג בצורה בהירה את דעתה ביחס למשימות הדורשות אינטגרציה של מידע כמותי פשוט יחסית.

חינוכי להזכיר כי הדוגמאות שהוצגו בפרק הקודם – משימות "זיקוקים" ו"שדידות" או האתגר שבהבנת מידע רפואי לגבי סיכונים, מדגימות רק חלק קטן מספקטרום הנושאים הנכללים במושג הרחב "אוריינות מתמטית". עם זאת, הממצאים לגביהן, יחד עם הממצאים מתכנית PISA לגבי רמות ההישגים הנמוכות יחסית של תלמידים בישראל, מספיקים כדי להראות שהוראה מסורתית במתמטיקה אינה מכינה בצורה מספקת את כלל בוגרי מערכת החינוך להתמודדות יעילה עם משימות חיים המחייבות התמודדות עם מידע מתמטי וסטטיסטי.

לאחרונה מצטברים ממצאים מחקריים התומכים בהנחה שלפיה אוריינות מתמטית היא כשירות המתפתחת בצורה הדרגתית. מערך אחד של ממצאים כאלה הוא ממצאי מחקרי PISA ותכניות הערכה אחרות, המראים כי רק אחוז קטן של האוכלוסייה מגיע להישגים גבוהים במטלות אוריינות מתמטיות, ורבים נמצאים ברמות נמוכות. נוסף על כך, כפי שהודגם בלוח 11, ממצאים אלו מראים כי כאשר נדרש שילוב של כמה בסיסי ידע ועמדות שונים, רמת הביצוע יורדת. דוגמה נוספת עולה ממחקריה של ג'ין ווטסון על אוריינות סטטיסטית של תלמידים באוסטרליה. למשל, במחקרן המשותף (Watson & Callingham, 2003) שילבו ווטסון וקאלינגהם ממצאים מכמה מחקרים נפרדים לגבי רמות הביצוע של למעלה מ-3,000 תלמידים בגילאי בית הספר היסודי וחטיבת ביניים, תוך שימוש בטכניקות IRT להשוואת ביצועיהם של תלמידים ממדגמים שונים. החוקרות הראו כי במבחני אוריינות סטטיסטית קיים מדרג הישגים העומד בהלימה למודל תיאורטי שהן פיתחו – מודל המוצג בלוח 14 וכולל שש רמות הייררכיות של אוריינות סטטיסטית.

לוח 14: שש רמות של אוריינות סטטיסטית (Watson & Callingham, 2003)

Level	Brief characterization of step levels of tasks
6. Critical Mathematical	Task-steps at this level demand critical, questioning engagement with context, using proportional reasoning particularly in media or chance contexts, showing appreciation of the need for uncertainty in making predictions, and interpreting subtle aspects of language.
5. Critical	Task-steps require critical, questioning engagement in familiar and unfamiliar contexts that do not involve proportional reasoning, but which do involve appropriate use of terminology, qualitative interpretation of chance, and appreciation of variation.
4. Consistent Non-critical	Task-steps require appropriate but non-critical engagement with context, multiple aspects of terminology usage, appreciation of variation in chance settings only, and statistical skills associated with the mean, simple probabilities, and graph characteristics.
3. Inconsistent	Task-steps at this level, often in supportive formats, expect selective engagement with context, appropriate recognition of conclusions but without justification, and qualitative rather than quantitative use of statistical ideas.
2. Informal	Task-steps require only colloquial or informal engagement with context often reflecting intuitive non-statistical beliefs, single elements of complex terminology and settings, and basic one-step straightforward table, graph, and chance calculations.
1. Idiosyncratic	Task-steps at this level suggest idiosyncratic engagement with context, tautological use of terminology, and basic mathematical skills associated with one-to-one counting and reading cell values in tables.

ממצאי המחקר תמכו בהנחה כי חלק מהתלמידים מגיע רק לרמות נמוכות במודל, ורק אחוז קטן יחסית מסוגל להתמודד בצורה אפקטיבית עם משימות ברמות הגבוהות שלו. כפי שניתן לראות מתוך תיאור הרמות בלוח 14 וכן מהתבוננות במשימות שבהן השתמש המחקר עצמו, הרמות הגבוהות בהיררכיה של אוריינות סטטיסטית, במיוחד רמה 5 ורמה 6, מחייבות שילוב של כמה בסיסי ידע שהוצגו בסקירה הנוכחית, כולל חשיבה פרופורציונלית, קריאת טבלאות והבנת מהותם של אחוזים, הכרת מושגי יסוד לגבי סקרים, דגימה, אי-ודאות בהסקה ממדגם לאוכלוסייה, הסתברות (chance) בחיי היומיום, ועוד. משימות כאלה גם מחייבות קיום עמדה ביקורתית, פרשנות של טיעונים לשוניים, תקשורת מתמטית אפקטיבית, וכן נכונות למעורבות (engagement) מתמשכת עם המידע הכרוך במשימה, כדי לעמוד בהדרגה על טיבו. מורכבויות נוספות של פיתוח הידע המתמטי-סטטיסטי מוצגות בסקירה מקיפה שערך שונסי (Shaughnessy, 2003).

עד שיפורסמו תוצאות מבחני PIAAC ב-2016, לא קיימים נתונים לגבי רמות האוריינות המתמטית של אזרחים בוגרים בישראל. נתוני מחקר PISA שהתפרסמו עד היום מצביעים על רמות נמוכות של אוריינות מתמטית (כפי שזו נמדדה במבחני PISA, אשר להם מגבלות מסוימות) בקרב רבים מהתלמידים בני החמש-עשרה בישראל. כפי שצוין קודם, מבחני PISA 2009 (ראמ"ה 2010) מראים כי רמתם של 39% מהתלמידים בישראל עומדת על רמת הבקאות הנמוכה ביותר שנמדדה במבחן (רמה 1 מתוך 6 רמות מדווחות), או אפילו מתחת לרמה המינימלית הזאת, לעומת 22% בממוצע במדינות OECD. עוד 23% דורגו ברמת יכולת 2 במבחן, ורק 32% ברמות 3 ו-4 גם יחד. משילוב הנתונים עולה כי כמעט שני שליש (62%) מכלל התלמידים שנבחנו בישראל דורגו ברמות 1 ו-2 (בלבד) מתוך 6 רמות שהוגדרו במבחן.

כדי לעמוד על טיב המשימות שתלמידים המדורגים ברמה 1 או 2 אינם מסוגלים לבצע בצורה טובה, ראוי לעיין בתיאור הכללי של רמות 3 ו-4 במבחני PISA 2009 (ראמ"ה 2010), המוצג להלן:¹⁶

תיאור רמות תפקוד נבחרות באוריינות מתמטית במבחני PISA 2009:

רמה 3:	"להוציא אל הפועל הליכים פשוטים, כולל קבלת החלטות סדרתיות, לבחור וליישם אסטרטגיות פשוטות לפתרון בעיות, להשתמש בייצוגים המבוססים על מקורות מידע שונים ולהסיק מהם, ולפתח הסברים קצרים".
רמה 4:	"לעבוד ביעילות עם מודלים ברורים עבור מצבים מורכבים קונקרטיים. הם יכולים לבחור ולשלב ייצוגים שונים, להשתמש במיומנויות בגמישות, להבנות טיעונים ולהסבירם לאחרים".

לסיכום, נראה כי כישורי האוריינות המתמטית של תלמידי ישראל רחוקים מלהיות משביעי רצון, בלשון המעטה, לאור נתוני מבחני PISA, ממצאי מבחני מיצ"ב המציגים הישגים נמוכים בהבנת הנקרא, ונתוני מבחני TIMSS (נחמיאס וזוזובסקי, 2009). במשולב, מכלול הממצאים עלול לרמוז כי לתלמידים רבים המתקרבים לסיום לימודי החובה במערכת החינוך תשתית רעועה מבחינת היכולת להתמודד עם משימות חיים הדורשות אוריינות מתמטית בעולם הבוגרים, וכי אין בסיס מוצק לציפייה כי תלמידים יבצעו בקלות העברת כישורים מכיתות הלימוד הנוכחיות למשימות חיים הדורשות אוריינות מתמטית. בהסתכלות רחבה יותר, לאור הממצאים והטיעונים שהוצגו בפרק זה ובפרקים קודמים של הסקירה לגבי מהותה ומרכיביה של אוריינות מתמטית (הן בסיסי ידע וכישורים קוגניטיביים, הן עמדות, אמונות וממדים אפקטיביים), עולה החשש כי תכניות הלימודים הקיימות במתמטיקה אינן מסוגלות לכסות בצורה מספקת את מכלול המרכיבים וממדי המשנה הנכללים בהמשגה של אוריינות מתמטית. כפועל יוצא, ולאור חשיבותה של אוריינות מתמטית בחייו של האדם הבוגר, ראוי כי מערכת החינוך תפעל לתכנון התנסויות למידה ספציפיות וייעודיות כדי לאפשר לכל התלמידים להגיע לרמות גבוהות ככל האפשר של אוריינות מתמטית.

3.3 כמה גישות לפיתוח אוריינות מתמטית

בחלק זה נסקרות על קצה המזלג כמה גישות קיימות אשר יכולות לתרום לפיתוח אוריינות מתמטית. כפתיחה, חשוב לציין מגבלות אינהרנטיות של הניסיון לנתח גישות הוראה המתמקדות באוריינות מתמטית. "גישה" להוראה אינה מודל בעל מאפיינים תיאורטיים מוגדרים שניתן לתאר באופן אבסטרקטי, אלא מבנה דינמי המתפתח בתוך סביבה מסוימת, ולכן המידה שבה גישה כלשהי נראית "טובה" או "אפקטיבית" אינה ניתנת להערכה במנותק מהאקולוגיה שבה היא מתקיימת.

באופן כללי, גישות להוראה צומחות או מתפתחות בהקשר לאומי או מערכתי מסוים, והן אינן מנותקות מגורמים מהותיים כגון המידה שבה תכנית לימודים ארצית במתמטיקה נתפסת כמחייבת וקשיחה לעומת המידה שבה היא נתפסת כקווים מנחים בלבד, המידה שבה יש למורים ו/או לבתי ספר אוטונומיה בכל הנוגע לשיטות הוראה, בחירת חומרי לימוד או דרכי הערכה, מידת קיומן של מסגרות

¹⁶ רמות 3 ו-4 מודגשות כאן כי בהן רצוי היה לראות חלק גדול בהרבה של אוכלוסיית התלמידים (והבוגרים) מאשר רק 32% מכלל אוכלוסיית התלמידים בישראל. כדי להמחיש את הכישורים המתוארים ביחס לרמות פיוזה 3 ו-4, אנו מציעים לקרוא לבחון שוב את מאפייני משימות "שדירות" ו"זיקוקים" שתוארו בפרק הקודם – משימות שבהן נדרשו יכולות דומות במידת מה.

בחינה והערכה חיצונית (כגון בחינות הבגרות בישראל) הגורמות למורים, לבתי ספר או לתלמידים להעדיף תכנים מסוימים על פני אחרים, המידה שבה כבר קיימת פתיחות לתכנים "יישומיים" במתמטיקה כחלק ממסורת של הכשרת תלמידים להשתלבות במקומות עבודה (כמו למשל בגרמניה או שווייץ) בנפרד מהוראה בבתי ספר תיכוניים אקדמיים, ועוד. נגזר מכך כי גם הידע הנדרש ממורים למתמטיקה ושיטות ההוראה הנדרשות כדי לפתח אוריינות מתמטית אינם ניתנים להגדרה או לדיון ללא הקדשת תשומת לב לסביבה שבתוכה המורים מקבלים את הכשרתם הראשונית, ושבה הם צריכים לעבוד, ללמד ולהעריך את תלמידיהם. לפיכך, קשה להעריך באיזו מידה ניתן להכליל מהסקירה של גישות הנהוגות בארצות אחרות למצב בישראל.

מלבד זאת, יש לציין כי מודעות לחשיבות פיתוחה של אוריינות מתמטית קיימת כיום במדינות רבות, אך הידע לגבי דרכים להוראתה רק החל להתפתח בשנים האחרונות ויש צורך בגיבוש הנחיות רשמיות והמלצות מבוססות-ראיות בתחום (FitzSimons & Coben, 2009). במדינות רבות מיושמת תכנית לימודים לאומית כללית במתמטיקה אשר לה יעדים מוגדרים, ובתוכה מתקיימים נתיבים שונים המיועדים לתלמידים בעלי רמות יכולת שונות או העדפות שונות. בתוך מסגרת כזו צמחו וצומחות גם גישות לפיתוח אוריינות מתמטית, הנסקרות בפרק זה תחת שלוש כותרות: קורסים נפרדים המתמקדים באוריינות מתמטית, ביצוע פרויקטים או פעולות חוצות-תחומים (cross-curricular), והתאמת שיטות הוראה בכיתות קיימות. כפי שניתן לשער, "גישות" כאלו חופפות במקצת זו את זו, ולעתים ניתנות לשילוב בדרכים מגוונות. בהמשך מוצגת גישה רביעית אשר ככל הידוע קיימת בצורתה המובהקת רק במדינה אחת, דרום אפריקה, והיא קיום תכנית לימודים לאומית באוריינות מתמטית, בנפרד מתכנית הלימודים במתמטיקה.

א. קורסים נפרדים המתמקדים באוריינות מתמטית. הקשר מרכזי שבו מפותחות בשנים האחרונות גישות להוראת מרכיבים של אוריינות מתמטית הוא הוראת תלמידים במסגרות על-תיכוניות (לרוב קולגיים ואוניברסיטאות, או מסגרות לחינוך מבוגרים) ולעתים בתיכונים בארצות הברית ובכמה מדינות דוברות אנגלית אחרות, במסגרת קורסים המתמקדים באוריינות סטטיסטית ואוריינות כמותית. הקורסים המדוברים מיועדים בדרך כלל לתלמידים צעירים (גילאי 16-21) שהרקע המתמטי שלהם אינו חזק במיוחד ואשר אינם משתתפים בקורסים מתמטיים מתקדמים יותר (או במבוא לסטטיסטיקה). גם תלמידי הקולג' שבהם אינם שונים בהרבה מתלמידי תיכון רגילים מבחינת הרקע הלימודי או ניסיון החיים. הקשר זה מעניין כי במוסדות אקדמיים או על-תיכוניים נהנים המורים המלמדים קורסים ניסיוניים כאלה מחופש פעולה ניכר בכל הנוגע לקביעת שיטת ההוראה ודרכי ההערכה גם יחד, ואינם מחויבים לתכנית לימודים פורמלית הנכפית בידי גורם רשמי, ולפיכך מהווים הקורסים הללו בפועל מעבדות חיות לפיתוח גישות חדשניות להוראה והערכה – גישות שהחידוש שבהן נוגע באופן ישיר להוראת היבטים מסוימים של אוריינות מתמטית.

דוגמה מעניינת היא קורס בשם "Lies, Damned lies, and Statistics", הנלמד מזה מספר שנים באוניברסיטת אוקלנד, ניו זילנד (Budgett & Pfannkuch, 2010). הקורס מכסה כמה נושאים הנתפסים כמרכזיים לגבי אזרחים שעליהם מוטל להיות צרכנים ביקורתיים של מידע כמותי וסטטיסטי, ומבוסס על שימוש נרחב בכתבות ובטקסטים שהופיעו בערוצי מדיה שונים, בשילוב עם חומרי לימוד בנושאים נבחרים. לוח 15 מציג את נושאי הלימוד העיקריים בקורס סמסטריאלי זה, המדגיש בעיקר הבנה קונצפטואלית ותקשורת, ומתייחס להיבטים חישוביים במידה מועטה יותר. למשל, סטודנטים צריכים

לבדוק איך מוגדרים קו העוני או השמנת-יתר ולהשוות מידע ממקורות שונים לגבי המצב באוכלוסייה בתחומים אלו, לבדוק האם הנתונים תומכים בטענות המושמעות במדיה ולפיהן האיסור על עישון במקומות ציבוריים גרם להורדת היקף התקפי הלב, לבדוק את משמעותה של "טעות דגימה" בדיווחים על תוצאות סקרים ולהכריע בשאלה האם אכן מפלגה מסוימת מובילה ביחס למפלגה אחרת בבחירות לפי דיווחים בעיתונות (ראה לוח 2 בהקשר זה לדוגמאות מישראל), להבין את ההבדל בין "סיכון" מוחלט ל"סיכון יחסי" מבחינת האופן שבו מוצג מידע בנושא בפרסומים לציבור, ועוד.

לוח 15: תכני קורס אוריינות כמותית (Budgett & Pfannkuch, 2010)

Undergraduate course: "Lies, Damned Lies, and Statistics"

Topic	Content
Media Reports	Comprehending and evaluating reports and visual displays of quantitative information, critical questions, measurement issues, writing reports
Surveys and Polls	Populations, samples, sampling variation, bias, variation in estimates, confidence statements, margin of error issues, survey design, ethics
Experimentation	Observational studies, experiments, problems of different conclusions
Risk	Types of risk, odds ratios, interpreting small probabilities, statistical and practical significance, false positives, causation/association
Statistical Reasoning	Heuristics, variability, nature of randomness, expected values, coincidences, prosecutor's fallacy, conditional probability, Bayes' Theorem, eye witness evidence

קורס זה מבוסס על שילוב של הרצאות, עבודה ודיונים בקבוצות קטנות ומצגות של תלמידים על בסיס עבודה עצמית ושיעורי בית. תלמידים נדרשים לנהוג כקוראים ביקורתיים, לפרש מידע לגבי נושאים שונים, ולנסח מחדש הצהרות או כתבות שונות כך שתהיינה אמינות מבחינה סטטיסטית. הערכת התלמידים משלבת הערכת עבודות, הערכת טיבן של מצגות שהתלמידים נדרשים להכין, ובעיקר ניתוח תוצאות מבחנים. מפתחות הקורס, באדג'ט ופפנקוך, מסבירות כי הן עיצבו את מערכת ההערכה בקורס בהדרגה, לאור תובנות מצטברות המצביעות על כך שיש שורת נושאים הדורשים כי יבדקו אותם במפורש, ולכן המבחנים כוללים הרבה שאלות פתוחות שבהן על התלמידים להראות יכולת להבין, לסכם מידע כמותי במילים שלהם בצורה תמציתית ותקינה מבחינה סטטיסטית, לבקר הצהרות מעורפלות או מוטות, ולהפגין היכרות עם בסיסי הידע השונים ובפרט עם שאלות ביקורתיות ועמדה ביקורתית.

דוגמה שונה היא קורס שפותח על ידי בראנטלינגר (Brantlinger, 2011) לחיזוק אוריינות מתמטית של צעירים אמריקנים שנשרו מלימודי המתמטיקה בתיכון וחזרו ללימודי ערב כדי לקבל תעודת סיום תיכון. הקורס הוא אחד הניסיונות המקיפים יותר ליישום עקרונות של Critical Mathematics, במטרה לפתח את הבנתם של לומדים מרקע אתני מגוון לגבי יכולתם של כלים מתמטיים לספק אמצעי חשוב לתיאור מגמות חברתיות וכלכליות בקהילותיהם ולהבנתן של מגמות אלו, וכאמצעי לפיתוח חשיבה ביקורתית ודיאלוג שוויוני בכיתת המתמטיקה (Aslan Tutak, Bondy, & Adams, 2011). משך הקורס

היה 72 שעות (ארבעה ערבים בשבוע, במשך תשעה שבועות). בראנטלינגר מדווח כי קבוצת לומדים שהשתתפה בקורס חוותה את הלימודים בתיכון כסבל פסיבי, בלא יכולת להשתתף או להגיב אלא בהתאם להנחיות המורה, וביחס לתכנים מתמטיים מסורתיים אשר ברובם נתפסו כזרים להם. אחת הדוגמאות המתוארות הלקוחות מהקורס היא ניסיון לחזק הבנת מושגים גאומטריים מסוימים באמצעות יישומם, מיד אחרי למידתם, לשם הבנת העקרונות שלפיהם מחושב מדד גייני¹⁷ לאי-שוויון כלכלי בחלוקת הכנסות, ובדיקת נתוני מדד גייני ביחס למדינה שאליה משתייך כל אחד מהתלמידים.

בין השאר, התלמידים היו צריכים להגיב בכתב לשאלה:

1. Do you think the U. S. economic system is fair to its citizens? Why or why not?
2. Has the distribution of income in the United States become fairer since the Civil Rights Movement? What do you think? What would your family members who work say?

שאלות כאלה ודומותיהן ממחישות את האופן שבו ניתן הן לפתח הן ליישם את שילובם של מספר בסיסי ידע (גאומטריים, סטטיסטיים, לשוניים, ועוד) יחד עם העמדת דרישה לפרשנות ביקורתית של מידע כמותי ותקשורת אפקטיבית בשפה מתמטית, ולעגן זאת בתוך הקשר חברתי רלוונטי ללומדים.¹⁸ בהקשר זה, בראנטלינגר (שלימד את הקורס בעצמו) מציין כי השיח הכיתתי היה מורכב ולעתים נוצר פער בין שפת היומיום שבה השתמשו התלמידים ובין המינוחים המתמטיים שאליהם הוא שאף כמורה, וכי היה צורך לבנות בהדרגה את הבנתם של התלמידים ואת נכונותם לאמץ גישה ביקורתית ביחס לנתונים כמותיים המשקפים את מצבם הסוציו-כלכלי ולבחון מידע רשמי מנקודת ראות אישית.

דוגמאות אלו ואחרות לקורסים העוסקים באוריינות כמותית או סטטיסטית (ראו למשל: Dingman & Madison, 2010; Steele & Kilic-Bahi, 2010) מראות כי קיימות דרכים מגוונות שבאמצעותן ניתן להשיג בו-זמנית מספר מטרות חינוכיות הקשורות לאוריינות מתמטית. חומרי ההוראה והפעילויות הכיתתיות המגוונות אמורים לאפשר עירוב, שילוב, והנעה (engagement) של לומדים מגוונים, כולל כאלה שבדרך כלל חשים מרוחקים מנושאי הוראה סטנדרטיים במתמטיקה. קורסים מהסוג המתואר בחלק זה הם לרוב ניסיוניים באופיים ומפותחים בצורה "מתגלגלת", כאשר המורה מעצב בהדרגה מאגר משימות ובונה רצף פעילויות המתאימות ללומדים בעלי מאפיינים מסוימים.

ב. פרויקטים ופעולות חוצות-תחומים (cross-curricular). הגישה הקודמת תיארה קורסים ייעודיים המתקיימים בנפרד מרצף ההוראה המקובל, במטרה להשיג מטרות ייחודיות. הרעיון מאחורי השימוש בפרויקטים ופעולות חוצות-תחומים הוא שונה: פיתוח אוריינות מתמטית דרך פעולות המתבצעות כחלק מתוכן של רצף הוראה רגיל בכיתת לימוד רגילה במתמטיקה, במטרה להביא את התלמידים ליישם את מה שלמדו בהקשר שונה מהקשרי הלמידה הרגילים. פרויקטים עשויים לכלול מאמצים קצרים יחסית

¹⁷ הגדרת ויקיפדיה: "מקדם גייני הוא מספר בין 0 ל-1 הנמדד לפי היחס שבין השטח הכלוא בין עקומת לורנץ לקו 45 המעלות ושטח המשולש כולו (זה שמתחת לקו 45 המעלות ואשר שטחו 0.5). מקדם אפס פירושו שוויון מושלם, היינו שלכולם אותה הכנסה; ואילו מקדם 1 פירושו אי-שוויון מוחלט, היינו שאצל אדם אחד מצויה כל ההכנסה ושכלל השאר אין הכנסה כלל."

¹⁸ ישראל מדורגת לפי מדד גייני כאחת המדינות שבהן אי-השוויון בחלוקת ההכנסות הוא מהגבוהים ביותר בעולם המערבי. לפיכך, התייחסות לנתוני מדד גייני לגביה מאפשרת לעמת את הלומדים עם המציאות הסוציו-אקונומית במדינה תוך שימוש במגוון נתונים כלכליים וחברתיים.

הנמשכים מספר שעות או פרסים לאורך מספר ימים או שבועות, ועשויים לכלול, בין היתר, משימות הכוללות איסוף נתונים, שימוש בכלי מדידה שונים, ארגון וריכוז נתונים וחקירתם, והגשת דוח מסכם והצגתו בכתב ו/או בעל-פה (למשל, איסוף נתונים על מידות גוף של תלמידים דרך שימוש בכלי-מדידה שונים, הרצת סקר או ניסוי, ועוד).

פרויקטים דורשים על פי רוב ביצוע עצמאי ויצירתי יותר של משימה מורכבת ורב-שלבית, לעתים תוך שילוב עבודת צוות, וגלום בהם פוטנציאל לפיתוח מיומנויות תקשורתיות, דיון והתלבטות לגבי פירוש מידע שנאסף ודרכי הצגתו, ועוד. בהתאם לתוכנם ולמתכונת הפעולה לגביהם, הספרות טוענת כי הם תורמים להטמעה של תוכני לימוד מגוונים והעמקת ההבנה הרחבה יותר לגביהם, יחד עם חיבור הלומד לתהליכים חברתיים, כלכליים או פוליטיים בקהילה הסובבת (Anderson & Sungur, 1999; Root & Thorne, 2001). תרומתם לפיתוח אוריינות מתמטית באה לידי ביטוי בהפעלה בו-זמנית של מספר בסיסי ידע, המשולבת בהתמודדות עם תהליכים תקשורתיים ופרשניים, ניהול משימה לא-מובנית, ועוד.

פעולות חוצות-תחומים (הקרויות לעתים numeracy/mathematics across the curriculum) מתייחסות לשיתוף פעולה בין מורים מתחומי דעת שונים – שיתוף פעולה המתבטא על פי רוב בתיאום תוכני הוראה בנושאים משלימים (בין מורים למתמטיקה ובין מורים לספרות, לשון, מדעים, אזרחות, או גאוגרפיה, לדוגמה). פעולות כאלה עשויות לערב אפשרות לשימוש בנתונים שנאספים בהקשר אחד לשם השגת מטרות הוראתיות בתחומי דעת נוספים, ביצוע של פרויקט שבו התלמיד יושב בין נושאים או כישורים שנלמדו בתחומי דעת שונים, ועוד. יש בתי ספר שבהם נבחר כל שנה נושא מוביל מתוך העולם האמיתי ("פער חברתי", "זיהום אוויר", "קפה"), ומורים מכמה תחומי דעת מלמדים במקביל נושאים הקשורים אליו.

פעולות חוצות-תחומים מבוססות על ההנחה כי כשם שאוריינות מתמטית באה לידי ביטוי בכל תחומי החיים של האדם הבוגר, כך תהליכי למידה בבית הספר המתכוון לפתח אוריינות מתמטית צריכים גם הם לא להיות מוגבלים לכיתת המתמטיקה אלא להשתלב באופן אינטגרלי בכל תחומי הדעת הרלוונטיים. פעולות חוצות-תחומים, וכמוהן גם פרויקטים, עשויים לתרום רבות לפיתוח אוריינות מתמטית, בתנאי שהם מערבים מספר בסיסי ידע, תהליכי תקשורת, שימוש בנתונים מסוגים שונים, התמודדות עם שאלות חקר לא-מובנות, וכדומה. מחקר בתחום מראה כי שיתוף פעולה כזה משפר את רמת ההבנה וההישגים של תלמידים בתחום האוריינות המתמטית (Australian Council on Educational Research, 2009).

ג. התאמת שיטות הוראה בכיתות קיימות. גישה זו לפיתוח היבטים מסוימים של אוריינות מתמטית היא לכאורה הפשוטה והמקובלת יותר, ולמעשה היא מתבטאת בצורה זו או אחרת מזה עשרות ומאות שנים בהוראת נושאים בסיסיים בתכנית המתמטיקה בבתי הספר, במיוחד בבית הספר היסודי ובחלק מכיתות חטיבת הביניים. בצורתה הבסיסית, מורים מלמדים הליך חישובי כלשהו, או מתייחסים למושג מתמטי כלשהו, ואז מדגימים את ההליך או את המושג תוך התייחסות למצב שהוא לכאורה מקביל בעולם האמיתי. ("לדוד יש שני תפוחים ואמו נתנה לו עוד שניים; כמה תפוחים יש לדוד בסך הכול?") בבסיס השימוש בדוגמאות מעשיות נמצאת השאיפה לסייע ללומד לחבר את התכנים הנלמדים לבעיות אמיתיות הקיימות בעולם האמיתי שמחוץ לכותלי בית הספר, וכך להבין את הרלוונטיות של הידע הנרכש ולרכוש מוטיבציה ללמידה. גישה כזו להוראה מבוססת גם על הרצון לסייע לבניית ידע חדש בתהליך הלמידה באמצעות התחברות לידע קודם על העולם שהלומד מביא איתו לתהליך הלמידה.

למרות היתרונות לכאורה של גישה כזו, יש לזכור כי תרומתה האפשרית מוגבלת. כידוע, המחשתם של מושגים מתמטיים והצגת ייצוגים קונקרטיים של רעיונות או תהליכים מתמטיים נתקלים בקשיים הולכים וגוברים¹⁹ כאשר תלמידים עוברים מלימוד אריתמטיקה לנושאים מתקדמים ומופשטים יותר במתמטיקה, וכאשר הם צריכים להתמודד עם פתרון בעיות שיש להן הצדקה מנקודת הראות של חינוך מתמטי אך אין להן בהכרח ייצוג ברור ומיידי בעולם האמיתי והמוכר להם (למשל פתרון בעיות אלגבריות בשני נעלמים). הדוגמאות ליישומים של הידע הנרכש בעולם האמיתי, או לבעיות בעולם האמיתי שבתוכן חבוי המושג הנלמד, הולכות ונעשות נדירות וקשות יותר לאיתור, או שהן הופכות להיות דוגמאות פיקטיביות שעברו תהליך פישוט (simplification) כדי להתאימן להוראה בכיתה וכדי לאפשר למורה להציג פתרון אחד נכון לגביהן, ובאופן כזה נסיבותיהן חדלות להיות דומות לבעיות שאיתן מתמודדים אנשים בעולם האמיתי.

התפתחותן של גישות מוכרות להוראת מתמטיקה כגון Realistic Mathematics Education, המזוהה במיוחד עם עבודתו של פרוידנטל בהולנד (Gravemeijer, 1994), אכן קשורה לנושא זה. היא מתקדמת בעקבות השאיפה לחבר את תהליכי הלמידה למקומה של המתמטיקה בעולם האמיתי ולסייע ללומד להבין את השימושים השונים בידע הנרכש בכיתה המתמטיקה. אחת הטענות הבסיסיות של גישת RME היא כי *ההקשר* חייב להיות הבסיס שממנו צומחות בעיות מתמטיות, הואיל והוא מספק את מערכת השיקולים אשר מתוכה צומחים פתרונות, והיות שלפיו מוערך טיבו של הפתרון לבעיה נתונה.

דוגמה להבדל בין בעיה פיקטיבית לבעיה המעוגנת בהקשר אמיתי הובאה בפרק 2, סעיף "ידע הקשרי / ידע על העולם", בהתייחס לשתי השאלות הבאות: *"המרחק בין חיפה לתל אביב הוא 100 ק"מ. מכונית נוסעת במהירות של 80 ק"מ לשעה. תוך כמה זמן תגיע מחיפה לתל אביב?"* לעומת *"כמה זמן ייקח לי להגיע מחיפה לתל אביב? המרחק בין חיפה לתל אביב הוא 100 ק"מ"*. (מומלץ לעיין שם בהסברים לגבי ההשפעה של הבנת ההקשר על פתרון הבעיה). מהאמור לעיל נובע כי יש לבחון בצורה ביקורתית את האפשרות לפתח או לשפר אוריינות מתמטית על ידי שימוש בדוגמאות מהעולם האמיתי, תוך תשומת לב למידה שבה הבעיה המציאותית שהובאה לתוך הכיתה מחייבת פרשנות של מידע או קבלת החלטות ולא רק חישוב פשוט אשר לו תשובה אחת נכונה, למידה שבה הבעיה דורשת תקשורת והנמקה המפתחות יכולת לשונית ולא רק יישום תהליכים חישוביים מוכרים, ולמידת הצגתה של הבעיה באופן לא-מובנה, כך שהתלמיד יוכל ללמוד תהליכים של ניהול משימה בעזרת הדוגמה.

ד. תכנית לימודים לאומית נפרדת באוריינות מתמטית. כדוגמה אחרונה לגישה לפיתוח אוריינות מתמטית, יצוין קיומה של מתכונת רדיקלית ורחבה יותר: פיתוח תכנית לימוד לאומית המתמקדת בווריאנט זה או אחר של אוריינות מתמטית. הדוגמה הבולטת ביותר לכך מושמת בדרום אפריקה, שכלל הידוע עד כה היא המדינה היחידה בעולם שהחלה לפני מספר שנים להפעיל שתי תכניות לאומיות נפרדות בעלות מטרות חינוכיות שונות במתמטיקה ובאוריינות מתמטית (Department of Education, 2003a,b). מודל שהוא מצומצם יותר בהיקפו אך נראה שהוא ממוקד ברמה מתמטית גבוהה יותר מצוי כעת בניסוי באנגליה (Noyes, Wake & Drake, 2011). שם מיושמת תכנית לימודים חדשה "use of mathematics"

¹⁹ יש הטוענים כי הופעתה של "חרדת מתמטיקה" קשורה בחלקה לשינויים אלו, המתחילים להתעורר ברוב המקרים במהלך שנות הלימוד בחטיבת הביניים (Tobias, 1983; McLeod, 1992).

לבני 16-18 המתכוונים להכשיר עצמם למקצועות הנדסיים או טכנולוגיים שונים ואשר כישוריהם המתמטיים אינם חזקים מספיק לאפשר להם כניסה לתכניות לימוד אקדמיות (על-תיכוניות).

הנסיבות לאימוץ תכנית לימודים באוריינות מתמטית בדרום אפריקה²⁰ הן מעניינות ומורכבות כשלעצמן, וקשורות למספר גורמים (Venkat & Graven, 2008): הישגיה הנמוכים מאוד של דרום אפריקה במבחנים בינלאומיים (מקום אחרון בעולם בכמה מחקרי TIMSS), אחוזי כישלון גבוהים במבחני גמר תיכון מסורתיים במתמטיקה, ומצב שבו 40% מהתלמידים שלמדו בבית הספר התיכון סיימו את לימודיהם בלא שלמדו נושא כלשהו במתמטיקה. את הגורמים הללו מעצים הרקע הפוליטי, המוליד רצון לבנות במדינה גדולה והטרוגנית זו מערכת חינוך שוויונית אשר תאפשר לכלל התלמידים, המגיעים מרקעים מגוונים מבחינה תרבותית, סוציו-אקונומית ושפתית, לפתח כישורים מרכזיים הנדרשים מאזרחים.

לקברניטי מערכת החינוך בדרום אפריקה ולבעלי עניין בתפקוד מערכת החינוך היה ברור ששיטות ההוראה המסורתיות במתמטיקה גורמות לאיבוד תלמידים רבים. לא זו בלבד שהתלמידים הללו אינם נשכרים מלמידת מתמטיקה בצורתה המסורתית – הם אף נפגעים ומתרחקים מהתחום, נושרים מהמערכת או מפתחים במהירות דימוי עצמי מתמטי שלילי. יצירת תכנית לימודים נפרדת באוריינות מתמטית נתפסה כפתרון שהוא גם שוויוני וגם נכון מנקודת ראות חינוכית וכלכלית כאחת – פתרון המאפשר למערכת החינוך לייצר בוגרים המסוגלים לקחת חלק פעיל בחיים האזרחיים, הודות ליכולת להבין את המידע הכמותי המתפרסם באמצעי התקשורת.

כפי שניתן לשער, הכוונה לפצל את תכנית הלימודים הלאומית עוררה פולמוס גדול וויכוחים מהותיים בקהילה החינוכית בדרום אפריקה, בין היתר בגין החשש שייווצרו מעמדות שונים של לומדי מתמטיקה, או שתיווצר הבחנה בין מורים למתמטיקה המלמדים נושאים "הנחשבים יותר" (מתמטיקה) ובין אלה המלמדים נושאים "הנחשבים פחות" (אוריינות מתמטית), בשל חשש כי הנמכת הציפיות תשפיע לרעה על תלמידים ותגרום לירידה ברמת הידע וההישג, ועוד. מאז תחילת יישום התכנית פורסמו מספר ניתוחים ביקורתיים (Christiansen, 2007), המתייחסים, בין היתר, לפער בין ההצהרות הכלליות או בין "כוונת המחוקק" ביצירת תכנית הלימודים (פיתוח אוריינות מתמטית, העמדת אזרחים המסוגלים להיות צרכנים ביקורתיים של מידע, וכו') ובין הפרטים הספציפיים בתכנית הלימודים, שבה עדיין מושם דגש רב יחסית על תכנים מסורתיים ועל ידע מתמטי תיאורטי. דוגמה לפערים בתכנית הלימודים היא חוסר התייחסות מספקת לקישור בין תוכני הלימוד בסטטיסטיקה והסתברות הכלולים בתכנית ובין המאפיינים הלשוניים והסטטיסטיים של טקסטים אותנטיים בדרום אפריקה (Gal, 2009). נושא נפרד שזכה לתשומת לב הוא פערים בין פרטי תכנית הלימודים ובין התכנים המכוסים בפועל במבחני סיום ארציים, היות שבחלק מהמקרים כללו המבחנים רק חלק מהנושאים הכלולים בתכנית הלימודים (Venkat & Graven, 2008).

הטמעת תכנית הלימודים החדשה בדרום אפריקה החלה רק ב-2006 והיא עדיין בעיצומה, בשל המורכבות שבהחדרת מסגרת חינוכית חדשה במדינה המונה למעלה מ-50 מיליון נפש. בשלב זה אין נתונים מחקרניים מוצקים רבים על הצלחתה היחסית של התכנית החדשה, אך דוחות מחקרניים שונים

²⁰ המידע המובא בתת-פרק זה מבוסס בחלקו על שיחות שערך כותב הסקירה עם אנשי מקצוע בעת ביקור מקצועי בדרום אפריקה בשנת 2008, ועל סקירת ספרות שפורסמה בדרום אפריקה בשנים האחרונות.

המשלבים מידע כמותי ואיכותני מראים כי תלמידים רבים הלומדים במסלול האוריינות המתמטית חשים שהם מבינים את הנלמד, חוויית הלימוד נתפסת אצלם כחוויה חיובית והם בוטחים ביכולתם להתמודד עם משימות חיים מתמטיות (Venkat & Graven, 2008).

יצירת תכנית הלימודים הלאומית הנפרדת באוריינות מתמטית בדרום אפריקה צריכה לעורר עניין רב מנקודת הראות הישראלית הואיל והיא מאפשרת לקבל מושג על הסינכרוניזציה הנדרשת בין מרכיבים שונים של מערכת חינוך ארצית כדי להשיג שינוי מערכתי רחב (בניגוד לגישות שהוצגו בעמודים הקודמים והתייחסו לפעולות של מורים בודדים או לכל היותר של בית ספר אחד). כחלק מהטמעת השינוי, דרום אפריקה נדרשה לפתח מטרות חינוכיות חדשות לכל רמות הלימוד מכיתה י' ועד כיתה י"ב, להכשיר מורים שיוכלו ללמד נושאים מתמטיים מסורתיים וחדשים כאחד מנקודת ראות יישומית יותר, לבנות חומרי לימוד בעלי מרכיב אותנטי גדול יותר המעוגנים בסוגיות יישומיות, לפתח מבחנים מסכמים חדשים ושיטות להערכה מעצבת, ולהתמודד עם התנגדויות של מורים ותיקים להכנסת תכנים חדשים, ועם הצורך לבנות מחדש את המוטיבציה להצלחה אצל תלמידים שחשו מאוכזבים ממערכת החינוך המסורתית.

3.4 סיכום והשלכות אפשריות לגבי הוראה והכשרת מורים

גישות ההוראה שנסקרו בעמודים הקודמים מראות כי הוראת אוריינות מתמטית יכולה להתנהל בהקשרים שונים וברמות אינטנסיביות שונות, ולכלול דגשים שונים וזיקות מגוונות בין תוכני ליבה מתמטיים מסורתיים ובין נושאים אחרים שהם חלק מהמודל של אוריינות מתמטית. כפי שנאמר בתחילת תת-פרק זה, גישות שונות מתנהלות בתוך "אקולוגיות חינוכיות" שונות. רובן מיושמות באופן ניסיוני ובשלב זה לא קיים מחקר משמעותי שיכול להעריך את תוצאותיהן, ולפיכך לא ניתן להצביע בשלב זה על גישה אחת שהיא "נכונה".

כדי להיות מסוגלים לבחון את הפוטנציאל הגלום בגישות ההוראה שנסקרו קודם ואת האופן שבו הן עשויות לתרום לפיתוח אוריינות מתמטית, ראוי תחילה להרהר בשאלה מדוע בכלל נמצאו הישגים נמוכים יחסית בתכניות הערכה ובסקרים הבודקים אוריינות מתמטית, הן בקרב תלמידי תיכון הן בקרב בוגרים במדינות שונות. אפשרות אחת היא שהיו חסכים שונים בידע המתמטי המהווה בדרך כלל בסיס הכרחי (אם כי לא מספיק) להצלחה בחלק מהמשימות. מאפשרות זו משתמע שהוראת ו/או למידת המתמטיקה לא נעשו מלכתחילה באופן הולם, או שרמתן לא הייתה מספקת. אולם, סקירה זו מצביעה על תשובה נוספת: אוריינות מתמטית היא כשירות מורכבת המערבת בו-זמנית כמה מרכיבים ותהליכים שונים ומורכבים כשלעצמם, הן קוגניטיביים הן עמדתיים ומוטיבציוניים, וניתן לשער שאלו לא נרכשו או לא פותחו באופן נאות.

לנוכח המידע והממצאים שהוצגו בתת-פרק זה אין מנוס מהמסקנה כי תכניות לימוד קיימות במתמטיקה אינן יכולות לכסות בצורה טובה מספיק את מכלול המרכיבים וממדי המשנה הנכללים בהמשגה של אוריינות מתמטית, וכי אין בסיס לצפייה שתלמידים יבצעו בקלות העברת כישורים מכיתת הלימוד אל משימות חיים הדורשות אוריינות מתמטית, אשר הקשריהן שונים במידה לא-מבוטלת מההקשרים שבהם מוצגים על פי רוב תוכני הלימוד במתמטיקה. לפיכך, נראה כי אי-אפשר לראות באוריינות מתמטית כשירות המובנת מאליה, ונדרשת הכשרה ספציפית כדי להגיע לרמות גבוהות בה.

סקירה זו מובילה למסקנה כי פיתוח אוריינות מתמטית דורש כי תהליכי ההוראה יתייחסו בצורה מהותית וישירה יותר למרכיבים שנסקרו בפרקים הקודמים. להלן דוגמאות להיבטים מרכזיים (אך במפורש לא היחידים) שאותם, כך נראה, חשוב להדגיש:

- הבנת ההקשרים והמאפיינים של סביבות תפקודיות שבהן נדרשת ומופעלת אוריינות מתמטית בחיי היומיום (כדוגמת הקשרים פיננסיים, הקשרים רפואיים, הקשרי עבודה שונים, וכו'), וחיבור תהליכי ההוראה להקשרים כאלה בצורה ישירה יותר;
- הרחבת הידע הסטטיסטי של תלמידים, ובכלל זה הכרת המאפיינים של תהליכי הפקת מידע, שימוש נכון וזהיר במידע סטטיסטי ופירוש נכון שלו, ניתוח מידע לגבי סיכונים והסתברויות של אירועים ותהליכים בסביבת החיים של האדם הבוגר, והבנת הביטויים של ידע סטטיסטי והשימושים בו בהקשרים שונים;
- ידע לשוני ויכולת להבין ולפרש מידע כמותי כשהוא מועבר באמצעים טקסטואליים שונים, כולל העשרת יכולת הביטוי בעל-פה ובכתב, ויכולת הקריאה הפרשנית והביקורתית של טקסטים אותנטיים המכילים מידע מתמטי/כמותי/סטטיסטי;
- הכרת שאלות ביקורתיות הנדרשות להערכת טיבו של מידע כמותי מסוגים שונים והמשמעות העולה ממנו, והבנת החשיבות שבהעלאת שאלות מעין אלו בהקשרים שונים;
- פיתוח יכולת לניהול אפקטיבי של התמודדות עם משימות לא-מובנות (ill-structured), הדורשות חשיבה ביקורתית ותקשורת [מתמטית] אפקטיבית בעל-פה ובכתב.

מסקירה זו עולה כי מרכיביה של אוריינות מתמטית משולבים באופן קשה להפרדה מבחינת הדרישות של הקשרי הפעולה בעולם האמיתי, ומתוך הבנת הקשרים אלו צריכים להיגזר יעדים לימודיים, שיטות הוראה והגדרת הכישורים והידע הנדרשים ממורים. כמוכן, הדוגמאות שניתנו לגבי כמה מגישות ההוראה הרלוונטיות לפיתוח אוריינות מתמטית התמקדו רק בהיבטים נבחרים הקשורים לאוריינות סטטיסטית ולפירוש [ביקורת] של מידע כמותי, ולפיכך אינן מכסות את כלל ספקטרום הנושאים הנכללים באוריינות מתמטית. אולם הן מספיקות כדי להמחיש כי מורים ומערכות חינוך המעוניינים לפתח אוריינות מתמטית צריכים להיערך להרחבת תהליכי ההוראה כך שיקיפו התנסויות שאינן כלולות בתהליכים המתחוללים בכיתות מתמטיקה מסורתיות.

מקובל להניח שכדי לקיים הוראה טובה נחוץ למורה הן ידע תוכני (content knowledge) הן ידע לגבי שיטות הוראה אפקטיביות (pedagogical content knowledge) בתחום התוכן המדובר. נושא זה זוכה לתשומת לב בקרב חוקרים המתעניינים בחשיבה סטטיסטית, שהיא אחד ממרכיביה של אוריינות מתמטית. למשל, מחקרים שונים (המתייחסים למורים בארצות הברית) מראים כי מורים רבים ברמת בית הספר היסודי וחיטבת הביניים לוקים בחסכי ידע ניכרים בכל הנוגע להבנה עמוקה של מדדי מרכז ופיזור (כגון ההבדל בפירוש המונחים ממוצע וחציון והשימוש השונה בכל אחד מהם), או פירוש תצוגות גרפיות של התפלגויות נתונים (Groth & Bergner, 2006; Jacobbe & Horton, 2010; Leavy, 2010). עולה מכך כי יש צורך לבדוק בסיסי ידע כאלה אצל מורים, ובמידת הצורך לחזקם כדי שיהיו מסוגלים לפתח אותם אצל תלמידיהם.

בהדרגה מתגבשים גם מודלים להבניית שיטות הוראה אפקטיביות בסטטיסטיקה (Groth, 2007; Garfield & Ben-Zvi, 2008), תחום שעד כה לימדו אותו מורים בדרך כלל באופן אינטואיטיבי, לפי מיטב הבנתם, מבלי שתהיה להם גישה לגוף ידע מבוסס. המלצותיה של אחת התכניות הבודדות בעולם להכשרת מורים להוראת סטטיסטיקה (Garfield & Everson, 2009), הפועלת בהתאם למטרות עדכניות

שמטרתן לפתח אוריינות סטטיסטית בד בבד עם הבנה מושגית חושפות לפחות חלק מבסיסי הידע הנדרשים לשם הוראה אפקטיבית של תלמידי תיכון ושל סטודנטים לתואר ראשון בתחום. בין השאר, הנחיות אלו מדגישות את הצורך בשימוש נרחב בנתונים ריאליסטיים ובבעיות מחקר רלוונטיות ללומדים, בשימוש בטכנולוגיות מחשב שונות לשם חקירת נתונים, בהדגשת תהליכי תקשורת והבעה בכתב ובעל-פה כחלק מפירוש תוצאות, בהתאמת מגוון אמצעי הערכה, כולל הערכות מעצבות ומסכמות או שימוש בפרויקטים, ועוד.²¹ המלצות אחרות (Wild, Pfannkuch, Regan & Horton, 2011) מתייחסות לצורך לבנות בסיס הבנה אינטואיטיבי של מושגים סטטיסטיים, כגון הסקה סטטיסטית, כשלב מקדים להצגת הליכים פורמליים בתחום.

כדי שפעולות הוראה הקשורות לאוריינות מתמטית יישאו פרי, על המורים למתמטיקה להיות בעלי עמדות חיוביות, שיתמכו בפעולות הנדרשות. נושא זה מציב אתגרים רבים. למשל, גישה פשוטה לכאורה שהוצגה למעלה מבוססת על שיתוף פעולה חוצה-תחומים, אולם מחקרים מראים כי עמדותיהם של חלק מהמורים שליליות או מגבילות בהקשר זה. עמדות כאלה נובעות מגורמים שונים, ובהם מתפיסה כי אין זה מתפקידו של המורה למתמטיקה לטפל בנושאי אוריינות מתמטית כלל, שכן זו מערבת גם נושאים המצויים מחוץ לגבולות "המתמטיקה של בית הספר" (Thornton & Hogan, 2004), או חששות לקחת חלק בתהליך שאין למורה למתמטיקה מומחיות ברורה וסמכות מקצועית בו (Wilburne & Napoli, 2008). לפיכך, הטמעת כל גישה הוראה שהיא צריכה לקחת בחשבון את העמדות, האמונות והמרכיבים המוטיבציוניים הקשורים למורים, באופן מקביל לצורך להתייחס להיבטים אחרים של ממדים אלו אצל תלמידים.

בהתייחס לתוכני הוראה, באופן מסורתי ולכאורה מובן מאליו, בכיתות מתמטיקה מושם דגש על "עשיית מתמטיקה" – למידת עקרונות ופרוצדורות שבעזרתם ניתן לבצע חישובים שונים או לייצר תוצאות מספריות או תצוגות גרפיות שונות על בסיס מצבים נתונים כלשהם, או ניתוח יחסים בין מרכיבים שונים על בסיס עקרונות מתמטיים שנלמדו. הסקירה הראתה כי האדם הבוגר נדרש לאוריינות מתמטית בשלושה מצבים או הקשרים שונים, הדורשים לא רק יצירת מידע מתמטי/סטטיסטי ("עשיית מתמטיקה"), אלא גם פרשנות של מידע מתמטי/סטטיסטי, וקבלת החלטות בתנאי אי-ודאות. אלו עשויים להיות משולבים בדרכים רבות ומגוונות בהקשרי החיים הרבים שהאדם הבוגר מתמודד איתם בבית, בקהילה, בעבודה, ובמסגרות רבות אחרות (Gatta, Appelbaum & Boushey, 2009; Skills Australia, 2010). לפיכך, כדי להכין תלמידים להתמודדות עם העולם החיצוני, ההוראה צריכה להתייחס, בתמהיל זה או אחר, גם לשימושים השונים של הידע המתמטי בהקשרים כאלה, ולמשמעותם של תהליכים וכלים מתמטיים (וסטטיסטיים) בעולם האמיתי (Condelli, Safford-Ramus, Sherman, 2006; Coben, Gal & Hector-Mason, 2006).

אולם, כפי שהומחש בפרק 2, התהליכים המעורבים בהיותו של אדם "צרכן ביקורתי" או "פרשן" של מידע כמותי שונים מאלו הקשורים ל"עשיית מתמטיקה" ולביצוע חישובים שונים או להתמודדות עם נוסחאות אלו ואחרות, מורכבים ככל שיהיו. לפיכך, מורים למתמטיקה צריכים לדעת יותר על פיתוח

²¹ מעניין יהיה לבחון את המידה שבה הוראת נושאים סטטיסטיים בחטיבות הביניים או בתיכונים בישראל עומדת בהמלצות כאלו, ואת הידע הפדגוגי של המורים העוסקים בכך. בחינה כזו חשובה הואיל ושילוב מרכיבים נוספים של אוריינות מתמטית במסגרות ההוראה הנוכחיות דורש הבנה של גישות ההוראה הקיימות כנקודת מוצא.

יכולות לשוניות (קריאה, כתיבה, הסבר בעל-פה, ועוד), כולל יכולת דיון והנמקה, הרחוקות מלהיות כלולות ב"שיח מתמטי" רגיל המצופה בתהליכי הוראה (Cross, 2009). מתלמידים הלומדים רק לבצע חישובים בעצמם או לנתח נתונים באופן טכני באמצעות תוכנה כלשהי, או מתלמידים המתנסים רק בבעיות חקר (איסוף נתונים וניתוחם כחלק מפרויקט כיתתי), אי-אפשר לצפות שיהיו מסוגלים להתמודד גם עם משימות פרשניות שבהן עליהם לתפקד כצרכנים ביקורתיים של מידע כמותי ולהגיב באופן מושכל לטקסטים ולהבעות עמדה שנכתבו בסגנונות שונים בידי אנשי מקצוע, בעלי עניין או עיתונאים.²² כדי לפתח בצורה רחבה יותר את בסיסי הידע, המיומנויות והמרכיבים האפקטיביים והעמדתיים המתחייבים מתוך המודל המושגי של אוריינות מתמטית ומתוך הדוגמאות למשימות חיים שהוצגו בפרקים הקודמים, סקירה זו מצביעה על החשיבות שבבחינת כיוונים רבים, כגון:

- לחבר את הלומדים לסוגיות ולמשימות-החיים המתמטיות אשר מופיעות בפועל בסביבות תפקודיות שונות;
- להסביר מושגים שונים העולים באמצעי התקשורת אך אינם מוכרים לכל הלומדים (בנושאים כדוגמת כלכלה וניהול פיננסי אישי, בריאות וניהול סיכונים, מגמות דמוגרפיות, או ממצאים ממחקרים מדעיים או רפואיים והשלכותיהם לגבי "האזרח הקטן");
- להתמודד עם מגוון צורות הבעה של רעיונות בשפה מתמטית ולא-מתמטית וכן באמצעות תצוגות גרפיות שונות;
- לטפל בנימוקי בעד ונגד בנושאים שלגביהם אין בהכרח "פתרון" במובן המקובל אלא דעות הנתמכות בנימוקים ברמות טיב שונות;
- לשלב תהליכים שבהם תלמידים משתמשים ברשת האינטרנט להשגת מידע כמותי ממקורות ציבוריים שונים (כגון הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה) ומעבדים אותו באמצעים טכנולוגיים שונים;
- לפעול לפיתוח של "עמדה ביקורתית" ותחושת מסוגלות עצמית (self efficacy) ביחס להתמודדות עם משימות חיים מתמטיות.

נוסף על כך, כלקחים ראשוניים מיישום גישות שונות להוראת אוריינות מתמטית כדוגמת אלו שנסקרו בפרק זה, נראה כי נדרשות ממורים גמישות ונכונות רבות יותר להתמודד עם תהליכי למידה ותוצרים שהם פתוחים ודינמיים, ולשלב מאמצים עם מורים מתחומי דעת אחרים כדי לתמוך בו-זמנית ובאופן הדדי בפיתוח כישורים שונים ובהשגת היעדים של מספר תחומי דעת (Crowe, 2010). בהסתכלות רחבה, שאיפות דומות נכללות מזה מספר שנים בספרות העולמית העוסקת ברפורמות בחינוך מתמטי בכלל ובפיתוח של "עצמה מתמטית" בפרט (NCTM, 2000). סקירה זו אינה מתיימרת לחדש עליהן, אלא להדגישן, להרחיבן ולהתאימן למאפייניה הייחודיים של אוריינות מתמטית. עם זאת, מחקרים שונים (שחלקם מסוכם בסקירת ספרות נרחבת של Philipp, 2007) מראים כי מורים רבים, במיוחד מבין אלה המלמדים בבתי הספר היסודיים וחטיבות הביניים, הם בעלי עמדות ואמונות מסוימות, העשויות ליצור חסמים שיעצרו בעד התפתחותה של הוראה אפקטיבית במתמטיקה. חסם נוסף שעליו מצביעים המחקרים הוא רמה נמוכה של כישורים מתמטיים ושל ידע מתמטי שנמצאו אצל חלק מהמורים. יש

²² דוגמאות קצרות לטקסטים בכתבות בעיתונים או במקורות אחרים הודגמו בלוח 2 או נותחו בפירוט רב יותר בפרק 2, בהתייחס לידע לשוני או לידע הקשרי.

לתת את הדעת להשפעת גורמים כאלה גם בהקשר של שיפור תוצרי העשייה החינוכית ביחס לאוריינות מתמטית.

היבט אחרון של הוראת אוריינות מתמטית הוא הצורך בהרחבת מערכת כלי ההערכה והמעקב שבהם משתמשים במערכות חינוכיות ובהעמקתם. מן הראוי שתיתן תשומת לב רבה יותר להערכת טיב ההסבר וההנמקה המילולית שנותנים התלמידים ביחס לנושאים הלקוחים מהעולם שמחוץ לכיתה, לבחינת רמת ההתמודדות עם משימות אוריינות מתמטיות, ולחקירת התרומה שתורמים התהליכים הלימודיים השונים לקידום העמדות והאמונות שהן חלק אינטגרלי של אוריינות מתמטית אצל הלומדים.

רשימת מקורות

בנארי, ל., ונויגרטר, ר. (2009). *בין לשון הדיבור ללשון הכתובה – לקראת תלמיד אורייני בישראל*. הוועדה המקצועית-מייצעת לתחום שפה ואוריינות. ירושלים: היזמה למחקר יישומי בחינוך, האקדמיה הלאומית למדעים.

<http://education.academy.ac.il/Admin/Data/Publications/Olson.pdf>

בן-סימון, ע. (2011). *מערכי הערכה והישגים באוריינות לשונית בחטיבות הביניים*. נייר עבודה מוזמן כחומר רקע לעבודת ועדת שפה ואוריינות. ירושלים: היזמה למחקר יישומי בחינוך, האקדמיה הלאומית למדעים.

<http://education.academy.ac.il/Uploads/BackgroundMaterials/Hebrew/Language-Review-Achievements-Ben-Simon.pdf>

זוובסקי, ר. ונחמיאס, ר. (2009). *אינדיקטורים הנוגעים במצב החינוך המדעי והטכנולוגי במערכת החינוך: סקירה מדעית*. נייר עמדה שהוגש לוועדה לרענון מערך האינדיקטורים של מדינת ישראל. ירושלים: היזמה למחקר יישומי בחינוך, האקדמיה הלאומית למדעים.

<http://education.academy.ac.il/files/mada-tech-heb.pdf>

זיידנר, מ. (2010). *אינדיקטורים אפקטיביים בסביבות חינוכיות*. בתוך מ. יוסטמן וג. בוקובה (עורכים), *אינדיקטורים לחינוך בישראל: קווים מנחים והמלצות הועדה לרענון מערך האינדיקטורים לחינוך בישראל* (עמ' 123-139). ירושלים: האקדמיה הלאומית למדעים.

<http://education.academy.ac.il/Admin/Data/Publications/Indicators-web.pdf>

ליברמן, ו. וטברסקי, ע. (2001). *חשיבה הסתברותית בחיי היומיום*. רעננה וירושלים: ההוצאה לאור של האוניברסיטה הפתוחה והאגף לפיתוח תכניות לימודים, משרד החינוך.

נחמיאס, ר., וזוובסקי, ר. (2009). *ההישג הלימודי וההקשר החינוכי של תלמידי כיתות ח' בישראל במתמטיקה ובמדעים: ממצאי המחקר הבינלאומי TIMSS 2007*. ירושלים: משרד החינוך, הרשות הארצית למבחנים והערכה – ראמ"ה.

<http://cms.education.gov.il/EducationCMS/Units/Rama/MivchanimBenLeumiYim/OdotTIMSS.htm>

קופרמינץ, ח. (2009). *אינדיקטורים אפקטיביים במערכת החינוך*. נייר עבודה מוזמן כחומר רקע לעבודת ועדת אינדיקטורים למערכת החינוך. ירושלים: היזמה למחקר יישומי בחינוך, האקדמיה הלאומית למדעים.

<http://education.academy.ac.il/Uploads/BackgroundMaterials/Hebrew/Affective%20Indicators-Kupermintz.pdf>

ראמ"ה (2010). *ממצאים ראשוניים ממחקר פיזה 2009: מחקר בינלאומי לבדיקת תלמידים בני 15 באוריינות קריאה, מתמטיקה ומדעים*. תל אביב: משרד החינוך, רשות ארצית למבחנים והערכה.

<http://cms.education.gov.il/NR/rdonlyres/438974C8-C669-4EFE-8AAF-3FA7BE404334/120865/takzirpi2009.doc>

Abreu, G. de. (2008). From mathematics learning out-of-school to multicultural classrooms: A cultural psychology perspective. In L. English et al. (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (2nd ed., pp. 352-384). Routledge: New York & London

- Ancker, J. S., & Kaufman, D. (2007). Rethinking health numeracy: A multidisciplinary literature review. *Journal of the American Medical Informatics Association*, 14(6), 713-721.
- Anderson, J., & Sungur, E. (1999). Community service statistics projects. *American Statistician*, 53, 132-136.
- Ashcraft, M. H., Kirk, E. P., & Hopko, D. (1998). On the cognitive consequences of mathematics anxiety. In C. Donlan (Ed.), *The development of mathematical skills* (pp. 175-196). East Sussex, Great Britain: Psychology Press.
- Askew, M., & Ebutt, S. (2010). *Geometry: The size and shape of everyday math*. New York: Metro Books.
- Aslan Tutak, F., Bondy, E., & Adams, T. L. (2011). Critical pedagogy for critical mathematics education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 42(1), 65-74.
- Australian Council on Educational research [ACER] (2009). *Numeracy in Practice: Teaching, Learning and Using Mathematics*. Melbourne: Education Policy and Research Division, Department of Education and Early Childhood Development, Victoria, Australia. Online: www.eduweb.vic.gov.au/edulibrary/public/publ/research/nws/Numeracy_in_practice_Paper_No_18.pdf
- Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority (2011). The Australian Curriculum. Retrieved April 22, 2011: www.AustralianCurriculum.Edu.au/Home
- Baker, D., & Street, B. (1994). Literacy and numeracy: Concepts and definitions. In T. Husen & E. A. Postlethwaite (Eds.), *Encyclopedia of education*. New York: Pergamon Press.
- Bandura, A. (1997). *Self efficacy: The exercise of control*. New York: Freeman.
- Best, J. (2001). *Damned lies and statistics: Untangling numbers from the media, politicians, and activists*. Los Angeles: University of California Press.
- Best, J. (2008). *Stat-spotting: A field guide to identifying dubious data*. Los Angeles: University of California Press.
- Bessot, A., & Ridgway, L. (Eds.) (2000). *Education for Mathematics in the Workplace*. New York: Springer.
- Beswick, K. (2011). Putting context in context: An examination of the evidence for the benefits of 'contextualised' tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 9, 367-390.
- Brantlinger, A. (2011). Critical Mathematics in a secondary setting: Promises and problems. In B. Atweh, W. Secada & W. Valero (Eds.), *Mapping Equity and Quality in Mathematics Education* (pp. 543-554). New York: Springer.
- Budgett, S., & Pfannkuch, M. (2010). Assessing students' statistical literacy. In P. Bidgood, N. Hunt & F. Joliffe (Eds.), *Assessment Methods in Statistical Education* (pp. 103-122). London: Wiley & Sons.
- Burke, L. A., & Hutchins, H. M. (2007). Training transfer: An integrative literature review. *Human Resource Development Review*, 6(3), 263-296.
- Burkhardt, H., & Bell, A. (2007). Problem solving in the United Kingdom. *ZDM Mathematics Education*, 39, 395-403.
- Carnevale, A. P., Gainer, L. J., & Meltzer, A. S. (1990). *Workplace basics: The essential skills employers want*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Central Advisory Council for Education (England) (1959). *Crowther Report*. London: Her Majesty's Stationary Office.
- Christiansen, I. M. (2007). Mathematical Literacy as a school subject: Mathematical gaze or livelihood gaze? *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 11(1), 91-105.
- Civil, M. (2002). Everyday Mathematics, mathematicians' mathematics, and school mathematics: Can we bring them together? *Journal for Research in Mathematics Education Monograph* Vol. 11, Chapter 4, 40-62.
- Cobb, P. (1986). Contexts, goals, beliefs, and learning mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 6(2), 2-9.

- Condelli, L., Safford-Ramus, K., Sherman, R., Coben, D., Gal, I., & Hector-Mason, A. (2006). *A review of the literature in adult numeracy: research and conceptual issues*. (Report prepared for the Adult Numeracy Initiative of the US Department of Education's Office of Vocational and Adult Education). Washington, DC: American Institutes for Research. Online: www.ed.gov/about/offices/list/ovae/pi/AdultEd/math.html
- Council of Australian Governments (2008). *National Numeracy Review Report*. (Human Capital Working Group). Canberra: Commonwealth of Australia.
- Cross, D. I. (2009). Creating optimal mathematics learning environments: Combining argumentation and writing to enhance achievement. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 7, 905-930.
- Crowe, A. R. (2010). "What's Math Got to Do With It?": Numeracy and social studies education. *The Social Studies*, 101(3), 105-110.
- Crettaz von Rotten, F. (2006). Do we need a public understanding of statistics? *Public Understanding of Science*, 15, 243-249.
- Department of Education and Science/Welsh Office (The Cockcroft Report). (1982). *Mathematics counts: Report of the committee of inquiry into the teaching of mathematics in schools*. London: Her Majesty's Printing Office.
- Department of Education (2003a). *National curriculum statement grades 10-12: Mathematics*. Pretoria: Department of Education. Online: www.education.gov.za/curriculum/subjectstatements.asp
- Department of Education (2003b). *National curriculum statement grades 10-12: Mathematical Literacy*. Pretoria: Department of Education. Online: www.education.gov.za/curriculum/subjectstatements.asp
- Dierdorff, A., Bakker, A., Eijkelhof, H., & van Maanen, J. (2011). Authentic practices as contexts for learning to draw inferences beyond correlated data. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1 & 2), 132-151.
- Dingman, S. W., & Madison, B. L. (2010). Quantitative reasoning in the contemporary world, 1: The Course and its challenges. *Numeracy*, 3(2): Article 4. DOI: 10.5038/1936-4660.3.2.4. Online: <http://services.bepress.com/numeracy/vol3/iss2/art4>
- Dossey, J.A. (1997). Defining and measuring quantitative literacy. In L.A. Steen (Ed.), *Why numbers count: Quantitative literacy for tomorrow's America*. New York: College Entrance Examination Board.
- European Parliament (2006). *Recommendation of the European Parliament and of the Council of 18 december 2006 on Key Competences for Lifelong Learning*. Online: <http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2006:394:0010:0018:EN:PDF>
- Fast, L., et al. (2010). Does math self-efficacy mediate the effect of the perceived classroom environment on standardized math test performance? *Journal of Educational Psychology*, 102(3), 729-740.
- Fitzsimons, G. (2005). Numeracy and Australian workplaces: Findings and implications. *Australian Senior Mathematics Journal*, 19(2), 27-42.
- FitzSimons, G., & Coben, D. (2009). Adult numeracy for work and life: Curriculum and teaching implications of recent research (Chapter 14). In R. Maclean & D. Wilson (Eds.), *International Handbook of Education for the Changing World of Work*. London: Springer.
- Forman, S. L., & Steen, L. A. (1999). *Beyond eight grade: Functional mathematics for life and work*. University of California, Berkeley: National Center for Research in Vocational Education.
- Frankenstein, M. (1989). *Relearning mathematics: A different third 'R' – Radical Maths*. London: Free Association Books.
- Gal, I. (1997). Numeracy: Imperatives of a forgotten goal. In L. A. Steen (Ed.), *Why numbers count: quantitative literacy for tomorrow's America* (pp. 36-44). New York: The College Board.
- Gal, I. (1999). Links between literacy and numeracy. In D. A. Wagner, B. Street & R. L. Venezky (Eds.), *Literacy: an international handbook*. Boulder, Colorado: Westview Press.
- Gal, I. (2000). The numeracy challenge. In I. Gal (Ed.), *Adult numeracy development: Theory, research, practice* (pp. 1-25). Cresskill, NJ: Hampton Press.

- Gal, I. (2002a). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities, *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Gal, I. (2002b). Dispositional aspects of coping with interpretive numeracy tasks. *Literacy and Numeracy Studies*, 11(2), 47-61.
- Gal, I. (2004). Towards 'probability literacy' for all citizens. In G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 43-71). London: Kluwer Academic Publishers.
- Gal, I. (2009). South Africa's Mathematical Literacy and Mathematics curricula: Is probability literacy given a fair chance? *African Journal of Research in Mathematics, Science, and Technology Education*, 13(1), 50-61.
- Gal, I., van Groenestijn, M., Manly, M., Schmitt, M. J., & Tout, D. (2005). Adult numeracy and its assessment in the ALL survey: A conceptual framework and pilot results. In Murray, S. T., Clermont, Y., & Binkley, M. (Eds), *Measuring adult literacy and life skills: New frameworks for assessment* (pp. 137-191). Ottawa: Statistics Canada.
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2007). How students learn statistics revisited: A current review of research on teaching and learning statistics. *International Statistical Review*, 75(3), 372-396.
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing Students' Statistical Reasoning: Connecting Research and Teaching Practice*. New York: Springer.
- Garfield, J., & Everson, M. (2009). Preparing Teachers of Statistics: A Graduate Course for Future Teachers. *Journal of Statistics Education*, 17(2). Online: www.amstat.org/publications/jse/v17n2/garfield.html
- Gatta, M., Appelbaum, E., & Boushey, H. (2009). High-touch and here-to-stay: Future skills demands in low wage service occupations. *Sociology*, 43, 968-989.
- Gegenfurtner, A., Veermans, K., Festner, D., & Gruber, H. (2009). Motivation to transfer training: An integrative literature review. *Human Resource Development Review*, 8(3), 403-423.
- Gigerenzer, G., Gaissmaier, W., Kurz-Milcke, E., Schwartz, L. M., & Woloshin, S. W. (2008). Helping doctors and patients make sense of health statistics. *Psychological Science in the Public Interest*, 8, 53-96.
- Ginsburg, L., Manly, M., & Schmitt, M. J. (December 2006). *The components of numeracy*. (NCSALL Occasional Paper). Harvard Graduate School of Education, Cambridge, MA: National Center for the Study of Adult Learning and Literacy. Online: http://ncsall.net/fileadmin/resources/research/op_numeracy.pdf
- Gravemeijer, K.P.E. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Utrecht: Freudenthal Institute.
- Greeno, J. G. (2003). Situative research relevant to standards for school mathematics. In J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Schifter (Eds.). *A research companion to Principles and Standards for school mathematics* (pp. 304-332). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Groth, R. E. (2007). Toward a conceptualisation of statistical knowledge for teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38, 427-437.
- Groth, R. E., & Bergner, J. A. (2006). Preservice elementary teachers' conceptual and procedural knowledge of mean, median, and mode. *Mathematical Thinking & Learning*, 8(1), 37-63.
- Hung, A. A., Parker, A. M., & Yoong, J. K. (2009). *Defining and measuring financial literacy*. (Working paper WR-708). Santa Monica, CA: RAND Corporation. Online: http://www.rand.org/pubs/working_papers/2009/RAND_WR708.pdf
- Hoyles, C., Wolf, A., Molyneux-Hodson, S., & Kent, P. (2002). *Mathematical skills in the workplace. Final report to the Science, Technology and Mathematics Council*. Institute of Education, University of London. Online: www.basic-skills.co.uk/site/page.php?p=735
- Hoyles, C., Noss, R., Kent, P., & Bakker, A. (2010). *Improving mathematics at work: The need for techno-mathematical literacies*. London: Routledge.
- Jacobbe, T., & Horton, R. M. (2010). Elementary school teachers' comprehension of data displays, *Statistics Education Research Journal*, 9(1), 27-45. Online: [www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ9\(1\)_Jacobbe_Horton.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ9(1)_Jacobbe_Horton.pdf)

- Jones, G. A., Langrall, C. W., & Mooney, E. S. (2007). Research in probability: Responding to classroom realities. In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Charlotte, N.C.: Information Age Publishing.
- Joram, E., Resnick, L., & Gabriele, A. J. (1995). Numeracy as a cultural practice: An examination of numbers in magazines for children, teenagers, and adults. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(4), 346-361.
- Kilpatrick, J. (2001). Understanding mathematical literacy: The contribution of research. *Educational Studies in Mathematics* 47(1), 101-116.
- King, T. (2010). Statistics in society: three case studies in the UK. (S3RI Working Papers, Applications and Policy, A11/01). Southampton, UK: Southampton Statistical Sciences Research Institute. Retrieved May 20, 2011 from: <http://eprints.soton.ac.uk/170927/1/s3ri-workingpaper-A11-01.pdf>
- Kirsch, I., & Mosenthal, P. (1990). Understanding the news. *Reading research quarterly*, 22(2), 83-99.
- Kirsch, I. S., Jungblut, A., & Mosenthal, P. B (1998). The measurement of adult Literacy. In S. T. Murray, I. S. Kirsch & L. B. Jenkins (Eds.), *Adult literacy in OECD countries: Technical report on the first International Adult Literacy Survey* (pp. 105-134). Washington, DC: National Center for Education Statistics, U.S. Dept. of Education.
- Kolata, G. (1997). Understanding the news. In L. A. Steen (Ed.), *Why numbers count: Quantitative literacy for tomorrow's America* (pp. 23-29). New York: The College Board.
- Leavy, A.M. (2010). The challenge of preparing preservice teachers to teach informal inferential reasoning, *Statistics Education Research Journal*, 9(1), 46-67. Online: [www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ9\(1\)_Leavy.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ9(1)_Leavy.pdf)
- Lovett, M. C., & Greenhouse, J. B. (2000). Applying cognitive theory to statistics instruction. *The American Statistician*, 54(3), 196-206.
- Lusardi, A., & Mitchell, O. (2007). Financial literacy and retirement preparedness: Evidence and implications for financial education. *Business Economics*, January, pp. 35-44.
- Lusardi, A. (2008). Financial literacy: an essential tool for informed consumer choice? (Working Paper NBER 14084). Cambridge, MA: National Bureau of Economic Research. Online: <http://www.nber.org/papers/w14084>
- Madison, B. L., & Steen, L. A. (2008). Evolution of numeracy and the National Numeracy Network. *Numeracy* 1(1). Online: <http://services.bepress.com/numeracy/vol1/iss1/art2>
- Masingila, J. O., Davidenko, S., & Prus-Wisniowska, E. (1996). Mathematics learning and practice in and out of school: A framework for connecting these experiences. *Educational Studies in Mathematics*, 31(1 & 2), 175-200.
- McCracken, M., & Murray, T. S. (2008). *The Economic benefits of literacy: Theory, evidence and implications for public policy*. Ottawa: Canadian Council on Learning and the Canadian Language and Literacy Research Network. Online: www.dataangel.ca/en/CLLRNet%20final%20Benefits%20of%20Literacy.pdf
- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In Grouws, D.A. (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 575-596). New York: Macmillan.
- Meaney, T. (2007). weighing up the influence of context on judgements of mathematical literacy. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 5(4), 681-704.
- Minister of Industry, Canada, and OECD (2005). *Learning a living: First results of the Adult Literacy and Life skills survey*. Ottawa, Canada: Author. Retrieved Dec 1, 2005 from: www.statcan.gc.ca/pub/89-603-x/89-603-x2005001-eng.htm
- Moore, D. S. (1990). Uncertainty. In L. A. Steen (Ed.), *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy* (pp. 95-137). Washington, DC: National academy Press.
- Moore, D. S., & Cobb, G. W. (2000). Statistics and mathematics: Tension and cooperation. *American Mathematical Monthly*, 107(7), 615-630
- Mosenthal, P. B. (1996). Understanding the strategies of document literacy and their conditions of use. *Journal of Educational Psychology*, 88, 314-332.
- Mosenthal, P. B., & Kirsch, I. S. (1991). Towards an explanatory model of document literacy. *Discourse processes*, 14, 147-180.

- Mosenthal, P. B., & Kirsch, I. S. (1998). A new measure for assessing document complexity: The PMOSE/IKIRSCH document readability formula. *Journal of Adolescent and Adult Literacy*, 41(8), 638-657.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Beaton, A. E., Gonzalez, E. J., Kelly, D. L., & Smith, T. A. (1998). *Mathematics and science achievement in the final year of secondary school: IEA's Third International Mathematics and Science Study (TIMSS)*. Boston: Center for the Study of Testing, Evaluation, and Educational Policy.
- Murray, S. T., Kirsch, I. S., & Jenkins, L. B. (Eds.)(1998), *Adult literacy in OECD countries: Technical report on the first International Adult Literacy Survey*. Washington, DC: National Center for Education Statistics, U.S. Dept. of Education.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)(1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)(2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- Neidorf, T. S., Binkley, M., Gattis, K., & Nohara, D. (2006). *Comparing Mathematics Content in the National Assessment of Educational Progress (NAEP), Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS), and Program for International Student Assessment (PISA) 2003 Assessments*. Technical Report. NCES 2006-029. Washington, DC: National Center for Education Statistics. Online: <http://nces.ed.gov/pubsearch/pubsinfo.asp?pubid=2006029>
- Norman, C. D., & Skinner, H. A. (2006). eHealth Literacy: Essential skills for consumer health in a networked world. *Journal of Medical Internet Research*. Online: <http://www.jmir.org>
- Noyes, A., Wake, G., & Drake, P. (2011). Widening and increasing post-16 mathematics participation: pathways, pedagogies and politics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 9, 483-501.
- Nunes, T. (1992). Ethnomathematics and everyday cognition. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 557-574). New York: Macmillan.
- OECD (2002). Definition and selection of competencies: conceptual and theoretical foundations strategy paper. (Report DEELSA/ED/CERI/CD(2002)9). Paris: Author.
- OECD (2006). Planning for the direct assessment of literacy competencies in the information age for PIAAC. (Report EDU/EC/CERI(2006)25). Paris, Author.
- OECD (2006). The importance of financial education: Policy brief. Online: www.oecd.org/dataoecd/8/32/37087833.pdf
- OECD (2010). PISA 2012 Financial Literacy framework. Paris: Author. Online: www.oecd.org/document/53/0,3746,en_32252351_32236130_46963701_1_1_1_1,00.html
- Parker, M., & Leinhardt, G. (1995). Percent: A privileged proportion. *Review of Educational Research*, 65(4), 421-481.
- Paulus, J. A. (1988). *Innumeracy: Mathematical Illiteracy and It's Consequences*. New York: Anchor Books/Doubleday.
- Paulus, J. A., (1995). *A mathematician reads the newspaper*. New York: Anchor Books/Doubleday.
- Peters, E., Hibbard, J., Slovic, P. & Dieckmann, N. (2007). Numeracy skill and the communication, comprehension, and use of risk-benefit information. *Health Affairs*; 26(3). 741-748.
- Pfaff, T. J., Rogers, M., Erkan, A., & Hamilton, J. G. (2011). Go Figure: Calculus students' use of figures and graphs in technical report writing. *Numeracy*, 4(1): Article 6. DOI: 10.5038/1936-4660.4.1.6. Online: <http://services.bepress.com/numeracy/vol4/iss1/art6>
- Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 257-317). Charlotte, N.C.: Information Age Publishing.
- PIAAC Numeracy Expert Group (2009). *PIAAC Numeracy: A Conceptual Framework*. OECD Education Working Papers, No. 35, OECD Publishing. Online: www.oecd-ilibrary.org/education/piaac-numeracy-a-conceptual-framework_220337421165
- PISA (2006). *Assessing scientific, reading and mathematical Literacy: A framework for PISA 2006*. Paris: Author. Online: www.pisa.oecd.org
- PISA Governing Board (Nov. 2010). *Draft 2012 PISA mathematics framework*. Technical document EDU/PISA/GB(2010)2. Paris: OECD: www.pisa.oecd.org/dataoecd/8/38/46961598.pdf
- Resnick, L. B. (1987). Learning in and out of school. *Educational Researcher*, 16(9), 13-20.

- Root, R., & Thorne, T. (2001). Community-based projects in applied statistics: Using service-learning to enhance student understanding. *The American Statistician*, 55, 326-331.
- Rutherford, F. J., & Ahlgren, A. (1990). *Science for all Americans*. New York: Oxford University Press.
- Rutherford, J. F. (1997). Thinking quantitatively about science. In L. A. Steen (Ed.), *Why Numbers Count: Quantitative Literacy for Tomorrow's America* (pp. 69-74). New York: The College Board.
- Rychen, D. S., & Salganic, L. H. (Eds) (2003). *Key competencies for a successful life and a well-functioning society*. Gottingen, Germany: Hogrefe & Huber.
- Schapira, M. M., Fletcher, K. E., Gilligan, M. A., King, T.K., Laud, P. W. , Matthews, B. A. , Neuner, J. M. & Hayes, E.h (2008). A framework for health numeracy: How patients use quantitative skills in health care. *Journal of Health Communication*, 13(5), 501-517.
- Schliemann, A. D., & Acioly, N. M. (1989). Mathematical knowledge developed at work: The contribution of practice versus the contribution of schooling. *Cognition and Instruction*, 6, 185-221.
- Secretary's Commission on Achieving Necessary Skills (1991). *What work requires of schools: A SCANS Report for America 2000*. Washington, DC: U.S. Dept. of Labor.
- Shamos, M. H. (1995). *The myth of scientific literacy*. New Brunswick, NJ: Rutgers University Press.
- Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistics learning and reasoning. In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 957-1010). Charlotte, N.C.: Information Age Publishing.
- Sheehan-Holt, J.K., & Smith, M. (2000). Does basic skills education affect adults' literacy proficiencies and reading practices?. *Reading Research Quarterly*, 35(2), 226-243.
- Skills Australia (2010). *Australian Workforce Futures: Australian Workforce Development Strategy*.
Online: www.skillsaustralia.gov.au/PDFs_RTFs/AE_Skills_Demand.pdf
- Spektor-Levy, O., Eylon, B., & Scherz, Z. (2009). Teaching scientific communication skills in science studies: Does it make a difference? *International Journal of Science and Mathematics Education*, 7, 875-903.
- Spreitzer, G. M. (1995). Psychological empowerment in the workplace: construct definition, measurement and validation. *Academy of Management Journal*, 38(5), 1442-1465.
- Statistics Canada and OECD (1996). *Literacy, economy, and society: First results from the International Adult Literacy Survey*. Ottawa: Author.
- Statistics Canada and OECD (1997). *Literacy skills for the knowledge society: Further results from the International Adult Literacy Survey*. Ottawa: Author.
- Statistics Canada and OECD (2005). *Learning a Living: First results of the Adult Literacy and Life Skills Survey*. Ottawa & Paris: Author. Online:
<http://www.oecd.org/dataoecd/44/7/34867438.pdf>
- Steele, B., & Kilic-Bahi, S. (2010). Quantitative literacy: does it work? Evaluation of student outcomes at colby-sawyer college. *Numeracy*, 3(2): Article 3.
DOI: 10.5038/1936-4660.3.2.3. Online: <http://services.bepress.com/numeracy/vol3/iss2/art3>
- Steen, L. A. (Ed.)(1990). *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy*. Washington, DC: National Research Council.
- Steen, L. A. (2001). *Mathematics and democracy: The case for quantitative literacy*. Washington, DC: Woodrow Wilson National Fellowship Foundation.
- Steen, L. A. (Ed.)(1997). *Why numbers count: Quantitative literacy for tomorrow's America*. New York: The College Board.
- Straesser, R. (July 2003). Mathematics at work: Adults and artefacts. In J. Maasz & W. Schloeglmann (Eds.), *Learning mathematics to live and work in our world: Proceedings of the 10th international conference on adults learning mathematics* (pp. 30-37). Linz, Austria: Johannes Kepler Universitat Linz.
- Thornton, S., & Hogan, J. (2004). Orientations to Numeracy: Teacher's Confidence and Disposition to Use Mathematics across the Curriculum. Paper presented at the 2004 meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Bergen, Norway Retrieved June 15, 2011 from: www.emis.de/proceedings/PME28/RR/RR244_Thornton.pdf

- Tobias, S. (1993). *Overcoming math anxiety*. New York: Norton.
- Turner, S. (2008). School science and its controversies; or, whatever happened to scientific literacy? *Public Understanding of Science*, 17, 55–72.
- Utts, J. (2003). What educated citizens should know about statistics and probability. *The American Statistician*, 57(2), 74-79.
- Venkat, H., & Graven, M. (2008). Opening up spaces for learning: Learners' perceptions of Mathematical Literacy in Grade 10. *Education As Change*, 12(1), 29-44.
- Watson, J. M., & Callingham, R. (2003). Statistical literacy: A complex hierarchical construct. *Statistics Education Research Journal*, 2(2), 3-46.
- Watson, J. M. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Watson, J. M., & Kelly, B. A. (2008). Sample, random and variation: The vocabulary of statistical literacy. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 6, 741-767.
- Wild, C. J., Pfannkuch, M., Regan, M., & Horton, N. J. (2011). Towards more accessible conceptions of statistical inference. *Journal of the Royal Statistical Society Series A*, 174(Part 2), 247–295.
- Wilburne, J. M., & Napoli, M. (2008). Connecting mathematics and literature: An analysis of pre-service elementary school teachers' changing beliefs and knowledge. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers, Volume 2*, Sept. 2008. Retrieved June 1, 2011 from www.eric.ed.gov/PDFS/EJ835505.pdf
- Williams, J., & Wake, G. (2007). Black boxes in workplace mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 64, 317–343.
- Zan, R., Brown, L., Evans, J., & Hannula, M. S. (2006). Affect in mathematics education: An introduction. *Educational Studies in Mathematics*, 63, 113–121.
- Zevenbergen, R., & Zevenbergen, K. (2009). The numeracies of boatbuilding: new numeracies shaped by workplace technologies. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 7, 183-206.
- Zimmerman, M. A., & Rappaport, J. (1988). Citizen participation, perceived control, and psychological empowerment. *American Journal of Community Psychology*, 16, 725-750.